

**BISTATISCHE MODELLE ZUR LÖSUNG
DES INVERSEN STREUPROBLEMS
ELEKTROMAGNETISCHER WELLEN UNTER
BERÜCKSICHTIGUNG DER POLARISATION**

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines

Doktor-Ingenieurs

der

Abteilung für Elektrotechnik

an der Ruhr-Universität Bochum

von

HANS-JÜRGEN MECKELBURG

Hilden

Bochum 1983



**BISTATISCHE MODELLE ZUR LÖSUNG
DES INVERSEN STREUPROBLEMS
ELEKTROMAGNETISCHER WELLEN UNTER
BERÜCKSICHTIGUNG DER POLARISATION**

DISSERTATION

zur

Erlangung des Grades eines

Doktor-Ingenieurs

der

Abteilung für Elektrotechnik

an der Ruhr-Universität Bochum

von

HANS-JÜRGEN MECKELBURG

Hilden

Bochum 1983

Dissertation eingereicht am: 20.7.1983

Tag der mündlichen Prüfung: 11.11.1983

Referent: Prof. Dr. Hans Severin

Korreferent: Prof. Dr. Siegfried Blume

INHALTSVERZEICHNIS

Verzeichnis der verwendeten Symbole	VI
1. EINLEITUNG	1
2. MODELLE ZUR LÖSUNG DES INVERSEN STREUPROBLEMS	4
2.1 Physikalisch optisches Modell für ideal leitende Objekte	4
2.1.1 Näherungsweise Lösung des direkten Streuproblems	4
2.1.2 Näherungsweise Lösung des inversen Streuproblems	6
2.1.3 Diskussion für den Fall unvollständiger Streu- information	9
2.2 Bornsche Näherungen für dielektrische Objekte	13
2.2.1 Näherungsweise Lösung des direkten Streuproblems	13
2.2.2 Näherungsweise Lösung des inversen Streuproblems	15
2.3 Diskussion der Modelle von Abschnitt 2.1 und 2.2	18
2.3.1 Inverses Streuproblem als Radon-Problem	18
2.3.2 Konzept der Rampenantwort	19
2.3.3 Einfluß von Geometrie- und Materialparametern auf die Streuamplitude	27
3. VERBESSERTES MODELL ZUR BERECHNUNG DER STREUUNG AN IDEAL LEITENDEN OBJEKTEN	31
3.1 Übersicht	31
3.2 Beschreibung elektromagnetischer Strahlenbündel	32
3.3 Bedingungen für Amplitude und Phase an der Oberfläche des Streuobjekts	34

3.4 Bestimmung der elektrischen Feldstärke an der Oberfläche	37
3.5 Berechnung der äquivalenten Flächenstromdichte	40
3.6 Asymptotische Entwicklung der Streumatrix	41
4. ANWENDUNGEN	44
4.1 Verallgemeinertes Konzept der Rampenantwort	44
4.2 Rekonstruktion eines Streukörpers aus multi-statischen Streudaten	46
4.3 Rekonstruktion von Oberflächen bei ortsfesten Antennen	50
4.4 Ermittlung von Hauptkrümmungsradien und -richtungen metallischer Objekte	51
4.5 Brauchbarkeit der PO-Approximation für Streuprobleme	53
5. MESSTECHNISCHE PROBLEME	56
5.1 Meßverfahren zur Ermittlung der Streuamplituden in einem breiten Frequenzband	56
5.1.1 Meßaufbau	57
5.1.2 Elimination der Meßfehler	58
5.1.3 Beispiel der Meßdatenverarbeitung	63
5.2 Ein Verfahren zur Ermittlung der Koeffizienten einer asymptotischen $1/\omega$ - Entwicklung aus bandbegrenzten Streudaten	69
5.2.1 Synthese des Orthogonalfilters	70
5.2.2 Momentenentwicklung der Filterausgangssignale	74
5.3 Meßergebnisse	77

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	81
7. LITERATURVERZEICHNIS	83
8. ANHANG	89
8.1 Berechnung der Matrix $\mathbf{R}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \mathbf{R}^{\text{PO}*}(-\vec{p})$ (Abschnitt 2.1.2)	89
8.2 Berechnung der Streumatrizen $\mathbf{R}^{\text{BN}}(\vec{p})$ und $\mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p})$ (Abschnitt 2.2.1)	90
8.3 Berechnung der Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r$ (Abschnitt 3.3)	90
8.4 Berechnung der partiellen Ableitungen von $\vec{e}_0^r$ (Abschnitt 3.4)	92
8.5 Ableitung des Amplitudenvektors $\vec{h}_1^r$ (Abschnitt 3.4)	94
8.6 Berechnung der Koeffizienten $a_{n,m}^x$ und $a_{n,m}^y$ (Abschnitt 5.2.2)	95

Verzeichnis der verwendeten Symbole

$a(\vec{r})$	Fourier - Transformierte der Aperturfunktion A
$A(\vec{p})$	Aperturfunktion
A_m	Entwicklungskoeffizient m-ter Ordnung
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit
$\vec{e}_m^{i,r}$	Amplitudenvektor des elektrischen Felds
$e_{m,n}^{i,r}$	Komponente des Amplitudenvektors des elektrischen Felds
$\vec{E}_i$	Vektor der elektrischen Feldstärke einer einfallenden Welle
E_{i1}, E_{i2}	Komponenten von $\vec{E}_i$ bei linearer Polarisierung
E_{iL}, E_{iR}	Komponenten von $\vec{E}_i$ bei zirkularer Polarisierung
$\vec{E}_s$	Vektor des gestreuten elektrischen Felds im Fernfeld
E_{s1}, E_{s2}	Komponenten von $\vec{E}_s$ bei linearer Polarisierung
E_{sL}, E_{sR}	Komponenten von $\vec{E}_s$ bei zirkularer Polarisierung
$\vec{E}_r$	Vektor der elektrischen Feldstärke in einem reflektierten Strahlenbündel
$F(j\omega)$	Funktion der Kreisfrequenz
$F_W(j\omega)$	gewichtete Funktion der Kreisfrequenz
$g(x_1, x_2)$	Phasenfunktion
$g_m(t)$	Ausgangssignal am m-ten Filterzweig des Orthogonalfilters
$g_I^{PO}(t)$	Impulsantwort eines Streuobjekts bei Anwendung der PO-Approximation
$g_R(t)$	exakte Rampenantwort eines Streuobjekts
$\tilde{g}_R(t)$	zusammengesetzte Rampenantwort eines Streuobjekts
$g_R^{mBN}(t)$	Rampenantwort eines Streuobjekts bei Anwendung der modifizierten Bornschen Näherung
$g_R^{PO}(t)$	Rampenantwort eines Streuobjekts bei Anwendung der PO-Approximation

$\mathbf{G}(\vec{r}-\vec{r}')$	Greenscher Tensor
$h(t)$	System-Impulsantwort
$\vec{H}_m^{i,r}$	Amplitudenvektor des magnetischen Felds
$H(x,y)$	Höhenfunktion eines symmetrischen Streuobjekts
$H(j\omega)$	Systemfunktion
$H_m(j\omega)$	Filterfunktion für den m-ten Zweig des Orthogonalfilters
$\vec{H}_{i,r}$	Vektor des magnetischen Felds in einem einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündel
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
j	imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$
$\vec{J}$	Stromdichte
$\vec{J}_S$	Flächenstromdichte
$\vec{J}^{BN}$	approximierte Stromdichte nach der Bornschen Näherung
$\vec{J}^{mBN}$	approximierte Stromdichte nach der modifizierten Bornschen Näherung
$\vec{J}_S^{PO}$	approximierte Flächenstromdichte nach der physikalischen Optik
$\vec{J}_S^{PO1}$	Korrekturterm zu $\vec{J}_S^{PO}$
k	Wellenzahl
$\vec{k}_i$	Wellenzahlvektor der einfallenden Welle
$\vec{k}_s$	Wellenzahlvektor der gestreuten Welle im Fernfeld
K_G	Gaußsche Krümmung in einem Oberflächenpunkt des Streuobjekts
$K_G^{i,r}$	Gaußsche Krümmung der Phasenfläche eines einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
K_M	mittlere Krümmung in einem Oberflächenpunkt des Streuobjekts
$K_M^{i,r}$	mittlere Krümmung der Phasenfläche eines einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
K_1, K_2	Hauptkrümmungen in einem Oberflächenpunkt des Streuobjekts



$K_1^{i,r}, K_2^{i,r}$	Hauptkrümmungen der Phasenfläche eines einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
M	Kehrwert des Abstands vom Mittelpunkt zum spekularen Punkt eines Anschmiegunge sellipsoids
M_n^x, M_n^y	Momente n-ter Ordnung zur Beschreibung des analytischen Signals
p	Betrag des Raumfrequenzvektors
$\vec{p}$	Raumfrequenzvektor
p_x, p_y, p_z	kartesische Komponenten des Raumfrequenzvektors
$p_{mn}^{i,r}$	Projektion der Einheitsvektoren $\vec{u}_m^{i,r}$ auf $\vec{u}_n$
$\mathbf{p}^{i,r}$	Projektionsmatrix
P_N	Rauschleistung
P_S	Signalleistung
q_{ij}	Elemente der Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}$
$Q(\zeta)$	Querschnittsflächenfunktion als Funktion einer Ortskoordinate
$\bar{Q}(t)$	Querschnittsflächenfunktion als Funktion der Zeit
$\mathbf{Q}$	Krümmungsmatrix, zur Beschreibung der Streuobjektoberfläche
$\mathbf{Q}^{i,r}$	Krümmungsmatrix, zur Beschreibung der Phasenfläche des einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
r	Betrag des Ortsvektors
$\vec{r}, \vec{r}', \vec{r}_\sim$	Ortsvektoren
$r_{\parallel}, r_{\perp}$	Reflexionsfaktoren bei paralleler bzw. senkrechter Polarisation zur Einfallsebene
$\bar{r}$	gemittelter Reflexionsfaktor
R	Radius
R_1, R_2	Hauptkrümmungsradien in einem Oberflächenpunkt des Streuobjekts

$R_1^{i,r}, R_2^{i,r}$	Hauptkrümmungsradien der Phasenfläche eines einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
R_A	Krümmungsradius der Phasenfläche eines Antennenfelds
$R_{1,eff}, R_{2,eff}$	effektiver Krümmungsradius in einem Oberflächenpunkt des Streuobjekts
$\mathbf{R}$	Streuematrix
$\mathbf{R}^{PO}$	mit Hilfe der physikalischen Optik approximierte Streumatrix
$\mathbf{R}^{BN}, \mathbf{R}^{mBN}$	mit Hilfe der Bornschen bzw. modifizierten Bornschen Näherung berechnete Streumatrix
$s(t)$	Sprungfunktion
$s^{i,r}$	Phasenfunktion des einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels
S_N	Spektralleistungsdichte eines Rauschsignals
t, t'	Zeitvariablen
t_m	Zeitpunkt, in dem eine Funktion der Zeit ihr Maximum erreicht
$\mathbf{T}$	unitäre Transformation
$\vec{u}_p$	Einheitsvektor in Richtung von $\vec{p}$
$W(j\omega)$	Gewichtsfunktion ("Window")
$x(t)$	Realteil des analytischen Signal $z(t)$
$\vec{x}$	Ortsvektor, dessen Ursprung im betrachteten Reflexionspunkt liegt
$X(j\omega)$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
$y(t)$	Imaginärteil des analytischen Signals
$Y(j\omega)$	Fourier - Transformierte von $y(t)$
$\mathbf{Y}_1$	Admittanz-Tensor

$z(t)$	analytisches Signal
Z	Feldwellenwiderstand
$Z(j\omega)$	Fourier - Transformierte von $z(t)$
α	Winkel zwischen der Hauptschnittebene und der durch $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannten Ebene
$\gamma(\vec{r})$	charakteristische Funktion des Streuobjekts
$\gamma^{BN}(\vec{r}), \gamma^{mBN}(\vec{r})$	charakteristische Funktion eines dielektrischen Streuobjekts bei Anwendung der Bornschen bzw. modifizierten Bornschen Näherung
$\Gamma, \Gamma^{BN}, \Gamma^{mBN}$	Fourier-Transformierte von γ, γ^{BN} bzw. γ^{mBN}
$\delta(t)$	Delta - Distribution
δ_{nq}	Kronecker - Symbol
ϵ, ϵ_D	Dielektrizitätszahl der Umgebung bzw. des Streuobjekts
$\epsilon_r, \epsilon_{rD}$	relative Dielektrizitätszahl der Umgebung bzw. des Streuobjekts
μ	Permeabilitätszahl
ϕ	bistatischer Winkel
ρ_{ij}	Streuamplituden, Elemente der Streumatrix $\mathbf{R}$
$\rho_{ij}^{PO}, \rho_{ij}^{BN}, \rho_{ij}^{mBN}$	Elemente der Streumatrizen $\mathbf{R}^{PO}, \mathbf{R}^{BN}$ bzw. $\mathbf{R}^{mBN}$
σ_{ij}	Radarquerschnitt
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Bandmittenfrequenz
ω_T	Kreisfrequenz eines Trägersignals

Koordinatensysteme

(x, y, z)	kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$
(x_1, x_2, x_3)	kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ zur Beschreibung der Streuobjektoberfläche im Reflexionspunkt
$(x_1^{i,r}, x_2^{i,r}, x_3^{i,r})$	kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}, \vec{u}_2^{i,r}, \vec{u}_3^{i,r}$ zur Beschreibung eines einfallenden bzw. reflektierten Strahlenbündels

Weitere Symbole

$\vec{\nabla}$	Nabla - Operator
$E\{ \}$	Erwartungswert von ...
$\mathcal{F}$	Operator der Fourier - Transformation
$< , >$	Skalarprodukt

1. EINLEITUNG

In einer Reihe von Gebieten der wissenschaftlichen Forschung und der Technik gewinnen sogenannte inverse Streuprobleme zunehmend an Bedeutung. Bei Anwendungen in der Geologie, bei der Fernerkundung, in der medizinischen Diagnostik, in der Radar- und Sonartechnik sowie bei der zerstörungsfreien Materialprüfung bis hin zu speziellen Meßproblemen bei industriellen Prozessen ergeben sich ähnliche Fragestellungen, nämlich Geometrie- und/oder Materialparameter aus der Streuung^{*)} elektromagnetischer oder akustischer Wellen zu ermitteln [1, 2]. Demgegenüber sind beim direkten Streuproblem Streukörperkonfiguration und Materialeigenschaften bekannt, und das Streufeld ist zu berechnen. Am weitesten fortgeschritten sind wohl die medizinischen Anwendungen in der Computertomographie und der Sonographie [3].

Gute Ergebnisse werden meist dann erzielt, wenn die Wellenlängen wesentlich kleiner als die Abmessungen des Streuobjekts sind. Da akustische Wellen in Luft gegenüber elektromagnetischen bei gleicher Frequenz eine um ca. sechs Zehnerpotenzen kleinere Wellenlänge haben, kann ihr Einsatz von großem Vorteil sein. Indessen gibt es Anwendungen, bei denen Schallwellen nicht benutzt werden können, wenn z.B. das zu untersuchende Objekt oder seine Umgebung starken Temperaturschwankungen unterliegt, wenn in dem vom Objekt umgebenen Medium ein Strömungsfeld vorliegt oder wenn die elektrischen Eigenschaften des Objekts bestimmt werden sollen.

Eine allgemeine Theorie zur exakten Lösung des inversen Streuproblems ist bisher nicht bekannt^{**)}. Es wird daher versucht, das inverse Problem mit Hilfe einfacher Näherungsverfahren für das direkte Streuproblem, die sich invertieren lassen (sog. "Modelle"), zu lösen. Die meisten in der Literatur beschriebenen Modelle beziehen sich auf den monostatischen Fall, bei dem Sende- und Empfangsantenne sich am selben Ort befinden. Sie erlauben eine skalare Beschreibung des Streuvorgangs (s. [1], S. 1), wobei Depolarisationseffekte nicht berücksichtigt werden können.

^{*)} In der Physik spricht man von "Streuung", wenn die Partikelgröße klein zur Wellenlänge ist. In der neueren mathematischen und technischen Literatur hat man diese Einschränkung fallengelassen und versteht unter "Streuung" die Erscheinungen, die sich durch das Vorhandensein eines Streukörpers beliebiger Gestalt, Abmessungen und Materialeigenschaften im Feld einer Welle ausbilden.

^{**) Die von Bojarski [4-8] vorgeschlagene Theorie zur exakten Lösung des inversen Streuproblems hat sich als falsch erwiesen [9, 10].}

In dieser Arbeit wird das inverse Streuproblem elektromagnetischer Wellen für den allgemeineren bistatischen Fall (Sende- und Empfangsantenne an unterschiedlichen Orten) unter Berücksichtigung der Depolarisation behandelt. Schon bei den einfachsten Modellen, der physikalisch optischen Näherung (PO-Näherung) für Streuobjekte mit metallischer Oberfläche und der Bornschen Näherung für isotrope Dielektrika, ergibt sich die Notwendigkeit einer vektoriellen Beschreibung des Streuvorgangs. Aufgrund der unterschiedlichen Modelle für die Streuung an metallischen und an dielektrischen Objekten wird die Behandlung dieser beiden Probleme zunächst getrennt durchgeführt (s. Abschnitt 2.1 bzw. 2.2). In Abschnitt 2.3, bei der Diskussion dieser Modelle werden sodann einige Gemeinsamkeiten aufgezeigt.

Für metallische Objekte erweist sich die PO-Approximation als nicht genau genug. Daher wird in Kapitel 3 die Streuung elektromagnetischer Wellen an ideal leitenden Objekten feldtheoretisch genauer untersucht und daraus ein verbessertes Modell entwickelt, mit dem auch Depolarisationserscheinungen näherungsweise bestimmt werden können.

Einige Anwendungen werden im 4. Kapitel diskutiert. Das Konzept der Rampenantwort, in der Literatur für metallische Objekte bei monostatischer Meßanordnung eingeführt [11], wird auf metallische und homogene dielektrische Objekte bei bistatischer Meßanordnung erweitert. Ein Verfahren zur Rekonstruktion der Form metallischer oder homogener dielektrischer Objekte aus multistatischen Streudaten (viele Sende- und Empfangsrichtungen) wird in Abschnitt 4.2 angegeben und seine Brauchbarkeit am Beispiel der Rekonstruktion von Kugeln anhand von feldtheoretisch exakt berechneten Streudaten überprüft. Auf eine einfache Methode zur Rekonstruktion von Oberflächen bei ortsfesten Antennen und auf Möglichkeiten zur Ermittlung von Hauptkrümmungsradien und -richtungen metallischer Oberflächen wird in Abschnitt 4.3 bzw. 4.4 eingegangen. Die Diskussion der PO-Approximation in Abschnitt 4.5, die durch das verbesserte Modell für Metallkörper ermöglicht wird, steht zwar nicht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem inversen Streuproblem, ist aber von allgemeinem Interesse, da die PO-Approximation z.B. in der Antennentechnik zur Berechnung großer Spiegelantennen oder in der Radartechnik zur Abschätzung des Radarquerschnitts eine häufig angewandte Näherungsmethode darstellt.

Bei der meßtechnischen Ermittlung der für eine Rekonstruktion des Streukörpers oder für die Bestimmung von Geometrie- und/oder Materialparametern notwendigen Streuamplituden ergeben sich im wesentlichen zwei Probleme. Das eine resultiert daraus, daß die Streuamplituden des zu untersuchenden Objekts durch störende Reflexionen aus der Umgebung und durch das Antennenübersprechen verfälscht werden. Ein Meßsystem, mit dem diese Störeinflüsse eliminiert werden können, wird in Abschnitt 5.1 vorgestellt. Das zweite Problem hängt mit der begrenzten Frequenzbandbreite zusammen, die zur Messung der Streuamplituden aus meßtechnischen Gründen zur Verfügung steht. Dennoch lassen sich aus den Koeffizienten einer asymptotischen $1/\omega$ -Entwicklung der Streuamplituden wichtige Geometrieparameter ermitteln. Dazu wird in Abschnitt 5.2 ein Projektionsverfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Koeffizienten aus bandbegrenzten Meßdaten bestimmt werden können. In Abschnitt 5.3 werden einige Meßergebnisse diskutiert.

2. MODELLE ZUR LÖSUNG DES INVERSEN STREUPROBLEMS

2.1 Physikalisch optisches Modell für ideal leitende Objekte

2.1.1 Näherungsweise Lösung des direkten Streuproblems

Zur Berechnung der elektromagnetischen Streuung an ideal leitenden Objekten gibt es eine Reihe analytischer und numerischer Verfahren [12, 13]. Für eine Inversion scheinen jedoch nur einfache Näherungsverfahren geeignet, da aufwendige oder exakte Verfahren die Kenntnis der Geometrie des Streuobjekts voraussetzen. Eine häufig verwendete Näherungsmethode zur Lösung des inversen Streuproblems an Metallobjekten stellt die physikalische Optik (PO) dar, die in [14-21] diskutiert ist. In [14-18] sind die Betrachtungen auf den monostatischen Fall, der eine skalare Beschreibung erlaubt, beschränkt. Im bistatischen Fall [19-21] ist bei korrekter Anwendung der PO die vektorielle Beschreibung erforderlich, was in keiner der Arbeiten berücksichtigt wurde. Die Theorie in [19] ist zudem für eine praktische Anwendung ungeeignet, da zur Rekonstruktion des Objekts Größen erforderlich sind, die weder gemessen noch berechnet werden können.

Basierend auf dem Modell der PO wird hier zunächst eine geschlossene Theorie zur Lösung des inversen Streuproblems für den bistatischen Fall entwickelt. Dabei wird ein glatter konvexer, ideal leitender Streukörper vorausgesetzt, auf den eine ebene homogene Welle der Zeitabhängigkeit $\exp(j\omega t)$ trifft. Ihr Vektorphasor des elektrischen Feldes wird beschrieben durch

$$\vec{E}_i = (E_{i1} \vec{u}_1^i + E_{i2} \vec{u}_2^i) e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}}. \quad (2.1)$$

Dabei ist $|\vec{k}_i| = k$ die Wellenzahl des als verlustfrei angenommenen Raumes, in dem sich der Streukörper befindet, die Richtung von $\vec{k}_i$ gibt die Einfallsrichtung an, und $\vec{r}$ beschreibt die Aufpunktskoordinate. Das in der Richtung $\vec{k}_s$ gestreute Fernfeld (Streukonfiguration s. Bild 2.1) läßt sich in zwei orthogonale Komponenten ($\vec{u}_1^s \cdot \vec{u}_2^s = 0$)

$$\vec{E}_s = E_{s1} \vec{u}_1^s + E_{s2} \vec{u}_2^s \quad (2.2)$$

zerlegen. Der Winkel ϕ zwischen der Sende- und Empfangsrichtung $\star(\vec{k}_i, -\vec{k}_s)$ wird bistatischer Winkel genannt, wobei im Fall $\phi = 0$ sich die monostatische

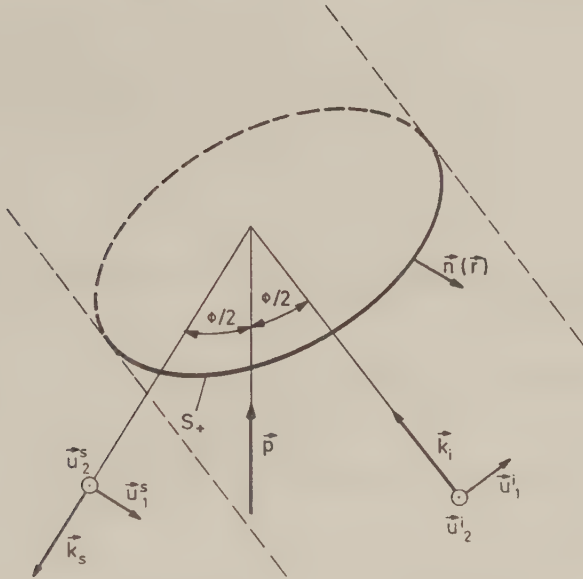


Bild 2.1: Streukonfiguration bei bistatischer Anordnung

Streuung als Sonderfall der bistatischen ergibt. Die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^i, \vec{u}_1^s$ und $\vec{u}_2^i, \vec{u}_2^s$ sind dabei parallel bzw. senkrecht zu der von $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannten Ebene gewählt (s. Bild 2.1).

Zur Beschreibung der Streuung wird eine Streumatrix

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

eingeführt [13], die $\vec{E}_s$ nach Betrag und Phase mit $\vec{E}_i$ über

$$\vec{E}_s = \frac{e^{-jkr}}{2\sqrt{\pi} r} \mathbf{R} \vec{E}_i \quad (2.4)$$

verknüpft. Die Matricelemente ρ_{ij} , ($i, j = 1, 2$) werden als komplexe Streuamplituden bezeichnet, und aus ihnen errechnen sich die Radarquerschnitte $\sigma_{ij} = \rho_{ij} \rho_{ij}^*$ [13].

Die Matricelemente lassen sich mit Hilfe der PO berechnen, indem man auf der beleuchteten Oberfläche S_+ , definiert durch $S_+ = \{\vec{r}' | \vec{k}_1 \cdot \vec{n}(\vec{r}') < 0\}$, als äquivalente Flächenstromdichte näherungsweise

$$\vec{J}_S^{PO}(\vec{r}') = 2\vec{n}(\vec{r}') \times \vec{H}_1(\vec{r}') \quad (2.5)$$

ansetzt, wobei $\vec{H}_1$ das Magnetfeld der einfallenden Welle auf S_+ bedeutet (PO-Approximation). Damit erhält man [22]

$$\rho_{11}^{PO}(\vec{p}) = -\frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_S \cdot \iint_{S_+} \vec{n}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}'), \quad (2.6a)$$

$$\rho_{12}^{PO}(\vec{p}) = \frac{j}{k\sqrt{\pi}} (\vec{k}_S \times \vec{k}_1) \cdot \iint_{S_+} \vec{n}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}'), \quad (2.6b)$$

$$\rho_{21}^{PO}(\vec{p}) = 0, \quad (2.6c)$$

$$\rho_{22}^{PO}(\vec{p}) = \frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_1 \cdot \iint_{S_+} \vec{n}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') \quad (2.6d)$$

mit

$$\vec{p} = \vec{k}_1 - \vec{k}_S. \quad (2.7)$$

Für den monostatischen Fall ($\vec{k}_S = -\vec{k}_1$) folgt aus Gln. (2.6), daß $\rho_{11}^{PO} = \rho_{22}^{PO}$ und $\rho_{12}^{PO} = 0$ werden. Die PO führt im monostatischen Fall auf eine skalare Beschreibung des Streuvorgangs, worauf eingangs bereits hingewiesen wurde.

2.1.2 Näherungsweise Lösung des inversen Streuproblems

Das inverse Problem läßt sich in der durch die PO gegebenen Näherung lösen, indem man zunächst die Streuamplituden ρ_{ij}^{PO} auch für die entgegengesetzten Sende- und Empfangsrichtungen ($-\vec{k}_1$ bzw. $-\vec{k}_S$, s. Bild 2.2) bestimmt. In Kombi-

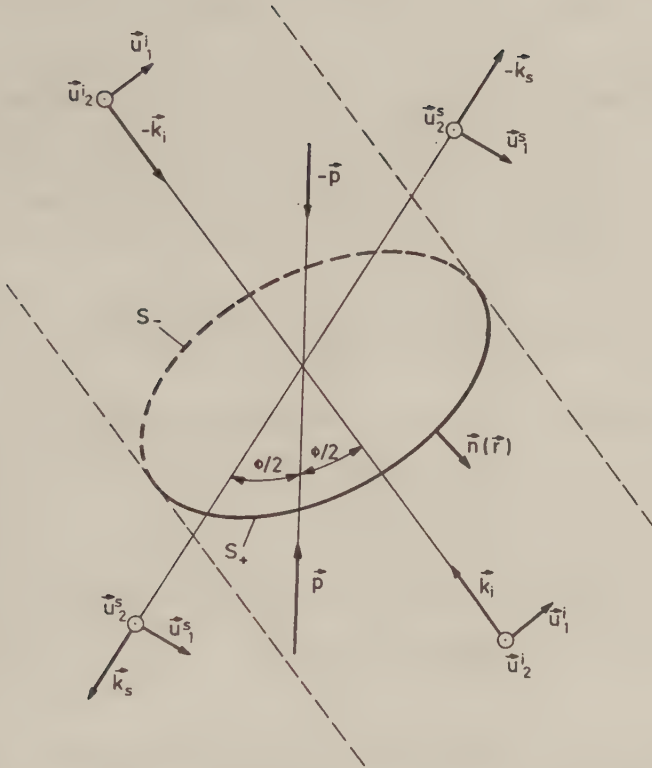


Bild 2.2: Zur Ableitung der Integrale über die geschlossene Oberfläche $S = S_+ \cup S_-$ des Streukörpers

nation mit Gln. (2.6a-d) erhält man invertierbare Integrale, die sich über die geschlossene Oberfläche des Streuobjekts erstrecken.

Aus den Gln. (2.6a-d) folgt für die entgegengesetzten Sende- und Empfangsrichtungen

$$\rho_{11}^{PO}(-\vec{p}) = \frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_s \cdot \iint_{S_-} \vec{n}(\vec{r}') e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') , \quad (2.8a)$$

$$\rho_{12}^{PO}(-\vec{p}) = -\frac{j}{k\sqrt{\pi}} (\vec{k}_s \times \vec{k}_i) \cdot \iint_{S_-} \vec{n}(\vec{r}') e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') , \quad (2.8b)$$

$$\rho_{21}^{PO}(-\vec{p}) = 0 , \quad (2.8c)$$

$$\rho_{22}^{PO}(-\vec{p}) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_1 \cdot \iint_{S_-} \vec{n}(\vec{r}') e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') , \quad (2.8d)$$

wobei hier die Integration über die aus der Richtung $-\vec{k}_1$ beleuchtete Fläche $S_- = \{\vec{r}' | \vec{k}_1 \cdot \vec{n}(\vec{r}') > 0\}$ auszuführen ist (s. Bild 2.2). Addiert man nun die Streumatrizen $R^{PO}(\vec{p})$ und $R^{PO*}(-\vec{p})$ (* bedeutet konjugiert komplex), so ergeben sich durch $S = S_+ \cup S_-$ Integrale über die geschlossene Oberfläche des Streukörpers, die sich mit Hilfe des Gaußschen Satzes in Volumenintegrale umformen lassen (s. Anhang 8.1). Man erhält

$$R^{PO}(\vec{p}) + R^{PO*}(-\vec{p}) = \mathbf{I} \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\vec{r}) e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{r}) , \quad (2.9)$$

mit der Einheitsmatrix $\mathbf{I}$ und der charakteristischen Funktion

$$\gamma(\vec{r}) = \begin{cases} 1, & \vec{r} \in V_S \\ 0, & \vec{r} \notin V_S \end{cases} \quad (2.10)$$

des Streukörpers mit dem Volumen V_S . Bei dem Integral in Gl. (2.9)

$$\Gamma(\vec{p}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\vec{r}) e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{r}) \quad (2.11)$$

handelt es sich um ein dreidimensionales Fourier-Integral über die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$, die sich durch Umstellung von Gl. (2.9) aus den Streumatrizen

$$\mathbf{I} \Gamma(\vec{p}) = \frac{2\sqrt{\pi}}{p^2} [R^{PO}(\vec{p}) + R^{PO*}(-\vec{p})] \quad (2.12)$$

berechnen läßt. Unter der Bedingung, daß

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} |\gamma(\vec{r})|^2 dV(\vec{r}) < \infty , \quad (2.13)$$

der Streukörper ein endliches Volumen besitzen muß, läßt sich die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$ eindeutig über eine inverse Fourier-Transformation aus $\Gamma(\vec{p})$ ermitteln:

$$\gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}). \quad (2.14)$$

Da $\Gamma(\vec{p})$ nach Gl. (2.12) durch die Streumatrizen $\mathbf{R}^{\text{PO}}(\vec{p})$ und $\mathbf{R}^{\text{PO}*}(-\vec{p})$ bestimmt ist, ergibt sich die Lösung des inversen Streuproblems aus

$$\mathbf{I} \gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sqrt{\pi}}{p} [\mathbf{R}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \mathbf{R}^{\text{PO}*}(-\vec{p})] e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.15)$$

zu

$$\gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sqrt{\pi}}{p} [\rho_{ii}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \rho_{ii}^{\text{PO}*}(-\vec{p})] e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}), \quad (i = 1, 2). \quad (2.16)$$

Die Klammerausdrücke in den Integralen (2.15) und (2.16) sind nur durch die Streuamplituden bestimmt, und das Ergebnis, die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$, beschreibt die Geometrie des Streuobjekts vollständig. Aus ggf. vorhandenen kreuzpolaren Streuamplituden lassen sich nach diesem Modell keinerlei Geometrieinformationen gewinnen, da $\rho_{12}^{\text{PO}}(\vec{p})$ und $\rho_{12}^{\text{PO}*}(-\vec{p})$ (s. Gln. (2.6b) bzw. (2.8b)) sich nach deren Zusammenfassung in Gl. (2.9) aufheben und $\rho_{21}^{\text{PO}}(\vec{p})$ sowie $\rho_{21}^{\text{PO}*}(-\vec{p})$ ohnehin identisch Null sind (s. Gln. (2.6c) bzw. (2.8c)). Die Unterschiede der kopolaren Streuamplituden in Gln. (2.6a) und (2.6d) heben sich ebenfalls nach der Addition der Streumatrizen in Gl. (2.9) heraus.

Die Gln. (2.15) und (2.16) gehen im monostatischen Fall ($\vec{k}_s = -\vec{k}_i$) in die Bojarski-Identität [14, 15, 16] über, die als Sonderfall der hier angegebenen Lösung für das inverse Streuproblem betrachtet werden kann.

2.1.3 Diskussion für den Fall unvollständiger Streuinformation

Für die Rekonstruktion des Streuobjekts ist nach Gln. (2.15) oder (2.16) die Kenntnis einer kopolaren Streuamplitude $\rho_{11}^{\text{PO}}(\vec{p})$ oder $\rho_{22}^{\text{PO}}(\vec{p})$ für alle Raumrichtungen $\vec{u}_p = \vec{p}/p$ und alle Frequenzen $0 \leq \omega < \infty$ erforderlich. Bei der praktischen Anwendung stehen Streuinformationen meist nur für einen begrenzten Frequenz- und Raumwinkelbereich zur Verfügung. Außerdem ist zunächst für niedrige Frequenzen, bei denen die Wellenlängen wesentlich größer als die Krümmungsradien

der Streukörperoberfläche sind, die PO-Näherung nicht mehr ausreichend.

In diesem Abschnitt wird daher eine Integralgleichung abgeleitet, mit deren Hilfe die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$ auch bei unvollständigen Streuinformationen bestimmt werden kann. Dazu wird eine Aperturfunktion

$$A(\vec{p}) = \begin{cases} 1, & \vec{p}, \text{ für die } \Gamma(\vec{p}) \text{ bekannt} \\ 0, & \vec{p}, \text{ für die } \Gamma(\vec{p}) \text{ unbekannt} \end{cases} \quad (2.17)$$

definiert, die angibt, für welche Werte von $\vec{p}$ Streuinformationen bekannt sind. Die dreidimensionale inverse Fourier-Transformation von $A(\vec{p})$

$$a(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} A(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.18)$$

beschreibt die Aperturfunktion im Raumbereich. Aus Gl. (2.14) und dem dreidimensionalen Faltungstheorem folgt

$$a(\vec{r}) * \gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} A(\vec{p}) \Gamma(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.19)$$

(* bedeutet Faltungsoperation). Die rechte Seite von Gl. (2.19) läßt sich auch als

$$f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_A \Gamma(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.20)$$

schreiben, wobei die Integration nur über die Werte von $\vec{p}$, für die $\Gamma(\vec{p})$ bekannt ist, ausgeführt werden muß. Aus den Gln. (2.19) und (2.20) ergibt sich die gesuchte Integralgleichung

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} a(\vec{r}-\vec{r}') \gamma(\vec{r}') dV(\vec{r}') = f(\vec{r}) , \quad (2.21)$$

die eine dreidimensionale Fredholmsche Integralgleichung 1. Art für die unbekannte charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$ des Streukörpers für den Fall von Streudaten aus einem begrenzten Frequenz- und Raumwinkelbereich darstellt.

Die Bestimmung von $\gamma(\vec{r})$ aus Gl. (2.21) ist aus der Sicht der Mathematik ein schlecht gestelltes Problem ("ill-posed problem"). Die Lösung solcher Probleme läßt sich wesentlich vereinfachen, wenn gewisse a priori-Informationen über $\gamma(\vec{r})$ benutzt werden können [17, 23, 24, 25], worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden soll.

Auch ohne Lösung der Integralgleichung (2.21) lassen sich in zwei Sonderfällen Aussagen machen. Im ersten Fall wird angenommen, daß die Streudaten, die sich aus der PO-Approximation ergeben, zwar für alle Frequenzen $0 \leq \omega < \infty$, aber nur für Raumrichtungen $\vec{u}_p$, die in einer Ebene liegen, bekannt sind. Im zweiten Fall seien die Streudaten nur für eine Raumrichtung $\vec{u}_p$ bekannt.

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann im ersten Fall angenommen werden, daß die Streudaten für alle Raumrichtungen $\vec{u}_p$, die in der xy-Ebene liegen (Bild 2.3)

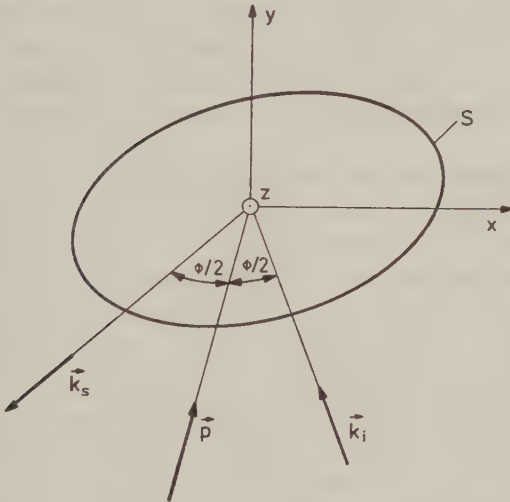


Bild 2.3:
Zur Beschreibung der beiden
Sonderfälle

bekannt sind. Die Aperturfunktion $A(p_x, p_y, p_z)$ läßt sich dann in Form einer δ -Distribution

$$A(\vec{p}) = \delta(p_z) \quad (2.22)$$

beschreiben, und für $a(\vec{r})$ folgt aus Gl. (2.18)

$$a(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \delta(p_z) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) = \frac{1}{2\pi} \delta(x) \delta(y) \quad (2.23)$$

Für die linke Seite der Integralgleichung (2.21) (Faltungsintegral) erhält man mit Gl. (2.23)

$$a(\vec{r}) * \gamma(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y, z) dz, \quad (2.24)$$

und für die rechte Seite der Integralgleichung folgt

$$f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(p_x, p_y, 0) e^{j(p_x x + p_y y)} dp_x dp_y. \quad (2.25)$$

Durch Gleichsetzen von Gln. (2.24) und (2.25) gewinnt man die sog. Höhenfunktion

$$H(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y, z) dz = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(p_x, p_y, 0) e^{j(p_x x + p_y y)} dp_x dp_y, \quad (2.26)$$

die die Höhe des Streukörpers in z-Richtung an jedem Punkt (x, y) angibt. Sie läßt sich mit Hilfe einer zweidimensionalen inversen Fourier-Transformation aus den Streudaten berechnen. Ist der Streukörper symmetrisch zur Ebene $z = 0$, d.h. daß $\gamma(x, y, z) = \gamma(x, y, -z)$, dann beschreibt die Höhenfunktion $H(x, y)$ vollständig seine Form. Dieser Befund wird später in Abschnitt 4.2 ausgenutzt.

Im zweiten Fall wird angenommen, daß die Streudaten nur für die Richtung $\vec{u}_p = \vec{u}_x$ bekannt sind. Die Aperturfunktion nimmt dann die Form

$$A(\vec{p}) = \delta(p_y) \delta(p_z) \quad (2.27)$$

an. Aus Gl. (2.18) folgt

$$a(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \delta(p_y) \delta(p_z) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(x). \quad (2.28)$$

Für das Faltungsintegral in Gl. (2.21) erhält man mit Gl. (2.28)

$$a(\vec{r}) * \gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y, z) dy dz, \quad (2.29)$$

und für $f(\vec{r})$ folgt aus Gln. (2.27) und (2.29)

$$f(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(p_x, 0, 0) e^{jp_x x} dp_x \quad (2.30)$$

Setzt man nun Gln. (2.29) und (2.30) gleich, so erhält man die sog. Querschnittsflächenfunktion

$$Q(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y, z) dy dz = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(p_x, 0, 0) e^{jp_x x} dp_x, \quad (2.31)$$

die die Querschnittsfläche des Streukörpers senkrecht zur x-Achse in jedem Punkt (x) angibt. Sie läßt sich mit Hilfe einer eindimensionalen inversen Fouriertransformation aus den Streudaten berechnen. Die Ermittlung der Querschnittsflächenfunktion aus Streuamplituden, die mit Hilfe der PO-Approximation berechnet sind, wurde im monostatischen Fall von Kennaugh und Moffatt [11, 16, 26] angegeben und als Konzept der Rampenantwort bezeichnet. Hier ergibt sich die Querschnittsflächenfunktion als Sonderfall einer allgemeinen Theorie, so daß das Konzept der Rampenantwort auch im bistatischen Fall gültig ist [21].

2.2 Bornsche Näherungen für dielektrische Objekte

2.2.1 Näherungsweise Lösung des direkten Streuproblems

Die in Abschnitt 2.1 behandelte Theorie gilt nur für Streukörper mit ideal leitender Oberfläche. Auch für transparente Körper lassen sich Näherungslösungen angeben, die für eine Inversion geeignet sind. Eine einfache Approximation stellt die Bornsche Näherung dar. Vorausgesetzt wird dabei ein Streuobjekt aus isotropen dispersionsfreiem, nicht notwendig homogenem Dielektrikum mit der Dielektrizitätszahl $\epsilon_D(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon_{rD}(\vec{r})$. Unter dieser Voraussetzung kann man das Streuobjekt näherungsweise durch eine äquivalente Stromdichte

$$\vec{J}^{BN}(\vec{r}) = j\omega[\epsilon_D(\vec{r}) - \epsilon] \vec{E}_i(\vec{r}) \quad (2.32)$$

ersetzen, wenn $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ die Dielektrizitätszahl der Umgebung bedeutet. Zu dieser Näherung gelangt man, wenn man von der Volumenintegralgleichung, die die Streuung an dielektrischen Objekten exakt beschreibt [27], ausgeht und sie iterativ in eine Neumann-Reihe entwickelt, was unter bestimmten Bedingungen möglich ist. Das Ergebnis des ersten Iterationsschritts wird als Bornsche Näherung [28] bezeichnet und führt zu der in Gl. (2.32) angegebenen Strom-

dichte. Physikalisch bedeutet diese Approximation, daß Wechselwirkungen der Polarisationsströme unberücksichtigt bleiben.

Mit Hilfe dieser Näherung läßt sich die Streumatrix $\mathbf{R}$, die das Streufeld $\vec{E}_s$ nach Betrag und Phase mit dem Feld $\vec{E}_1$ der einfallenden Welle verknüpft, berechnen. Für ihre Elemente erhält man (s. Anhang 8.2)

$$\rho_{11}^{BN}(\vec{p}) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{\cos\phi}{\cos\frac{\phi}{2}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon_D(\vec{r}') - \epsilon}{4\epsilon} e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') , \quad (2.33a)$$

$$\rho_{12}^{BN}(\vec{p}) = \rho_{21}^{BN}(\vec{p}) = 0 , \quad (2.33b)$$

$$\rho_{22}^{BN}(\vec{p}) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\cos\frac{\phi}{2}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{\epsilon_D(\vec{r}') - \epsilon}{4\epsilon} e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') . \quad (2.33c)$$

Obwohl die beiden kreuzpolaren Streuamplituden (2.33b) identisch Null sind, treten bei diesem Modell aufgrund der unterschiedlichen kopolaren Streuamplituden $\rho_{11}^{BN}(\vec{p}) \neq \rho_{22}^{BN}(\vec{p})$ Depolarisationserscheinungen auf.

Eine gegenüber der Bornschen Näherung verbesserte Approximation erhält man, wenn man die Rückwirkung der Stromdichte nach Gl. (2.32) auf sich selbst berücksichtigt [29]. Die Separation der Singularität der dyadischen Greenschen Funktion $\mathbf{G}(\vec{r} - \vec{r}')$ in der erwähnten Volumenintegralgleichung [27] führt auf die modifizierte Integralgleichung [30, 31]

$$\vec{J}(\vec{r}) = j\omega\epsilon \frac{3[\epsilon_D(\vec{r}) - \epsilon]}{\epsilon_D(\vec{r}) + 2\epsilon} \vec{E}_1(\vec{r}) + \iiint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{G}(\vec{r} - \vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') dV(\vec{r}') . \quad (2.34)$$

Das Integral beschreibt jetzt nur noch den Einfluß der Stromdichte an Punkten $\vec{r} \neq \vec{r}'$, und man erhält daraus die sog. modifizierte Bornsche Näherung der Stromdichte

$$\vec{J}^{mBN}(\vec{r}) = j\omega\epsilon \frac{3[\epsilon_D(\vec{r}) - \epsilon]}{\epsilon_D(\vec{r}) + 2\epsilon} \vec{E}_1(\vec{r}) . \quad (2.35)$$

Die Elemente der Streumatrix ergeben sich zu (s. Anhang 8.2)

$$\rho_{11}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{\cos\phi}{\cos\frac{2\phi}{2}} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{3[\epsilon_D(\vec{r}') - \epsilon]}{4[\epsilon_D(\vec{r}') + 2\epsilon]} e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') , \quad (2.36a)$$

$$\rho_{12}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \rho_{21}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = 0, \quad (2.36b)$$

$$\rho_{22}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\cos\frac{2\phi}{2}} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{3[\epsilon_D(\vec{r}') - \epsilon]}{4[\epsilon_D(\vec{r}') + 2\epsilon]} e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') . \quad (2.36c)$$

Auch in dieser verbesserten Näherung verschwinden die kreuzpolaren Streuamplituden.

2.2.2 Näherungsweise Lösung des inversen Streuproblems

Die Gleichungen für die Streuamplituden nach der Bornschen Näherung Gln.(2.33a,c) oder der modifizierten Bornschen Näherung Gln. (2.36a,c) lassen sich leicht invertieren, da es sich bei den Integralen um dreidimensionale Fourier-Integrale handelt. Zur Beschreibung der Inversion werden die charakteristischen Funktionen der Bornschen Näherung

$$\gamma^{\text{BN}}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\epsilon_D(\vec{r}) - \epsilon}{4\epsilon} , & \vec{r} \in V_S \\ 0 , & \vec{r} \notin V_S \end{cases} \quad (2.37)$$

und der modifizierten Bornschen Näherung

$$\gamma^{\text{mBN}}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{3}{4} \frac{\epsilon_D(\vec{r}) - \epsilon}{\epsilon_D(\vec{r}) + 2\epsilon} , & \vec{r} \in V_S \\ 0 , & \vec{r} \notin V_S \end{cases} \quad (2.38)$$

eingeführt, wobei V_S das Volumen des Streuobjekts ist. Die Integrale in den Gln. (2.33a,c) und (2.36a,c) können damit durch

$$\Gamma^{\text{BN}}(\vec{p}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma^{\text{BN}}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') \quad (2.39)$$

bzw.

$$\Gamma^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma^{\text{mBN}}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') \quad (2.40)$$

ersetzt werden. Der Unterschied zwischen der Bornschen und der modifizierten Bornschen Näherung besteht in Gln. (2.39) und (2.40) lediglich in der unterschiedlichen Indizierung mit BN bzw. mBN, weshalb im folgenden nur die Gleichungen für die modifizierte Bornsche Näherung angegeben werden. Unter der Voraussetzung, daß

$$\iiint_{-\infty}^{\infty} |\gamma^{\text{mBN}}(\vec{r})|^2 dV(\vec{r}) < \infty, \quad (2.41)$$

existiert die inverse Fourier-Transformierte von Gl. (2.40)

$$\gamma^{\text{mBN}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \Gamma^{\text{mBN}}(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.42)$$

eindeutig. Mit der Streumatrix $\mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p})$, die unter Berücksichtigung von Gln. (2.36a-c), (2.38) und (2.40)

$$\mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \frac{1}{\cos \frac{2\phi}{2}} \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \Gamma^{\text{mBN}}(\vec{p}) \quad (2.43)$$

wird, lassen sich die charakteristische Funktion und damit die Lösung des inversen Problems angeben:

$$\mathbf{I} \gamma^{\text{mBN}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \cos \frac{2\phi}{2} \begin{pmatrix} \cos^{-1} \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{2\sqrt{\pi}}{p^2} \mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) . \quad (2.44)$$

Ein anderer Lösungsweg für die charakteristische Funktion führt über die Spur der Streumatrix (2.43)

$$\text{spur } \mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p}) = \frac{p^2}{\sqrt{\pi}} \Gamma^{\text{mBN}}(\vec{p}) . \quad (2.45)$$

Damit folgt aus Gl. (2.42)

$$\gamma^{\text{mBN}}(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\pi}}{p^2} \text{spur } \mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) . \quad (2.46)$$

Die Unterschiede in den beiden Sende- und Empfangspolarisationen heben sich bei der Bildung der Spur gerade auf, so daß sich $\gamma^{\text{mBN}}(\vec{r})$ aus einer skalaren Gleichung bestimmen läßt.

Hat man nun mit Hilfe der Gln. (2.44) oder (2.46) die charakteristische Funktion aus den Streudaten bestimmt, dann läßt sich nach Gl. (2.37) die Dielektrizitätszahl des Streuobjekts in jedem Punkt für die Bornsche Näherung aus

$$\epsilon_D(\vec{r}) = \epsilon[1 + 4 \gamma^{\text{BN}}(\vec{r})], \quad (2.47)$$

für die modifizierte Bornsche Näherung aus

$$\epsilon_D(\vec{r}) = \epsilon \frac{3 + 8 \gamma^{\text{mBN}}(\vec{r})}{3 - 4 \gamma^{\text{mBN}}(\vec{r})} \quad (2.48)$$

bestimmen.

Wie schon bei metallischen Streuobjekten, ist auch bei dielektrischen Objekten die Kenntnis der Streudaten für alle Raumrichtungen $\vec{p}$ und alle Frequenzen $0 \leq \omega < \infty$ erforderlich. Auch hier ergeben sich ähnliche Probleme, daß nämlich bei praktischen Anwendungen Streuinformationen meist nur für einen begrenzten Frequenz- und Raumwinkelbereich zur Verfügung stehen, und daß Bornsche oder modifizierte Bornsche Näherungen nicht für alle Frequenzen eine gute Approximation darstellt.

Die Diskussion für den Fall unvollständiger Streuinformation kann in analoger Form wie in Abschnitt 2.1.3 durch Einführung einer Aperturfunktion (s. Gl.(2.17)) vorgenommen werden. Man erhält formal die gleiche Integralgleichung wie Gl.(2.21), wobei $\gamma(\vec{r})$ und $\Gamma(\vec{p})$ jetzt mit dem Index BN oder mBN gekennzeichnet werden müssen.

2.3 Diskussion der Modelle von Abschnitt 2.1 und 2.2

2.3.1 Inverses Streuproblem als Radon-Problem

In Abschnitt 2.1.3 wurde auch der Fall diskutiert, daß die Streuinformation lediglich für eine Raumrichtung, nämlich die x -Richtung, also für alle Werte p_x bekannt ist. Als Ergebnis erhält man in Gl. (2.31) die Querschnittsflächenfunktion $Q(x)$ des Streuobjekts. Diese läßt sich auch als Projektion der charakteristischen Funktion $\gamma(\vec{r})$ auf die Richtung $\vec{u}_p$ betrachten (Bild 2.4):

$$Q(\zeta, \vec{u}_p) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\vec{r}) \delta(\zeta - \vec{u}_p \cdot \vec{r}) dV(\vec{r}) \quad (2.49)$$

Gl. (2.49) wird als Radon-Transformation bezeichnet [32, 33]. Das Radon-Problem

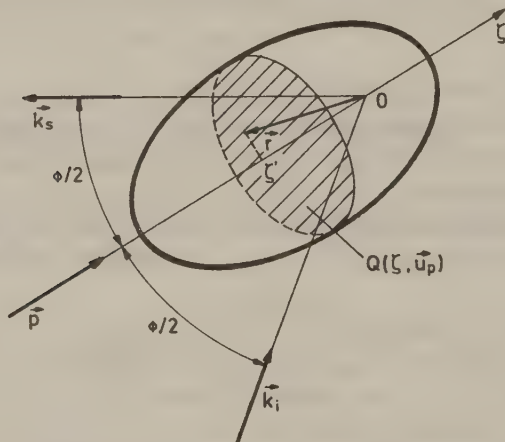


Bild 2.4: Querschnittsflächenfunktion $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ und Raumkoordinate ζ

besteht nun darin, die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$ aus ihren Projektionen $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ zu rekonstruieren. In Gl. (2.49) kann im Falle eines dielektrischen Streukörpers auch $\gamma^{BN}(\vec{r})$ oder $\gamma^{mBN}(\vec{r})$ entsprechend Gl. (2.37) oder (2.38) eingeführt werden, wodurch die entsprechenden Projektionen Q^{BN} bzw. Q^{mBN} entstehen, die sich ebenfalls aus den Streuinformationen für eine Raumrichtung bestimmen lassen. Die Interpretation von $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ als Querschnittsflächenfunktion ist aber nur für homogene dielektrische und metallische Streuobjekte möglich.

Das Radon-Problem kann mit Hilfe der inversen Fourier-Transformation gelöst werden. Nach Gl. (2.31) hängt die Projektion mit dem in Gl. (2.11), (2.39) oder (2.40) erklärten $\Gamma(\vec{p})$ über

$$Q(\zeta, \vec{u}_p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(p_\zeta \vec{u}_p) e^{jp_\zeta \zeta} dp_\zeta \quad (2.50)$$

zusammen, woraus sich

$$\Gamma(p_\zeta \vec{u}_p) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(\zeta, \vec{u}_p) e^{-jp_\zeta \zeta} d\zeta \quad (2.51)$$

ergibt. Wenn die Projektion $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ bei einem beliebig gewählten Einheitsvektor $\vec{u}$ für alle Raumrichtungen $\vec{u}_p$ mit $\vec{u}_p \cdot \vec{u} > 0$ bekannt ist, läßt sich $\Gamma(\vec{p})$ nach Gl. (2.51) für alle Werte von $\vec{p}$ und damit auch die charakteristische Funktion nach

$$\gamma(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\vec{p}) e^{j\vec{p} \cdot \vec{r}} dV(\vec{p}) \quad (2.52)$$

berechnen, und dieses Ergebnis stimmt formal mit dem der physikalischen Optik - Gl. (2.14) - und dem der modifizierten Bornschen Näherung - Gl. (2.42) - überein. Damit sind das Radon-Problem und das inverse Streuproblem gelöst.

Die Berechnung der charakteristischen Funktion $\gamma(\vec{r})$ aus ihren Projektionen $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ mit Hilfe von Fourier-Transformationen ist für eine analytische Beschreibung besonders geeignet. Für eine praktische Anwendung können andere Verfahren, z.B. Faltungsalgorithmen oder simultane iterative Rekonstruktionstechniken (SIRT) [3, 35] von Vorteil sein, da hierbei nicht alle Meßdaten (Projektionen) gleichzeitig verarbeitet werden müssen. Dies ist in der Computer-Tomographie von Bedeutung.

2.3.2 Konzept der Rampenantwort

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, daß die Projektionen $Q(\zeta, \vec{u}_p)$, aus denen die charakteristische Funktion $\Gamma(\vec{r})$ berechnet werden kann, als Rampenantworten interpretiert werden können.

Für metallische Streukörper gilt nach Gln. (2.14) und (2.16)

$$\Gamma(\vec{p}_p) = \frac{2\sqrt{\pi}}{Z} [\rho_{ii}^{PO}(\vec{p}_p) + \rho_{ii}^{PO*}(-\vec{p}_p)] , \quad i = 1, 2 , \quad (2.53)$$

und damit erhält man nach Gl. (2.50) für die Projektion

$$Q(\zeta, \vec{u}_p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\sqrt{\pi}}{Z} [\rho_{ii}^{PO}(\vec{p}_p) + \rho_{ii}^{PO*}(-\vec{p}_p)] e^{j p \zeta} dp . \quad (2.54)$$

Dieses inverse Fourier-Integral läßt sich formal in ein solches mit dem Kern $\exp(j\omega t)$ umformen, indem man für $p\zeta = \omega t$ setzt. Unter Berücksichtigung von Gl. (2.7) und wegen $|\vec{k}_1 - \vec{k}_s| = (\omega/c) 2 \cos \phi/2$, $c = (\epsilon\mu)^{-1/2}$ ist

$$t = \frac{2 \cos \frac{\phi}{2}}{c} \zeta . \quad (2.55)$$

Die Projektion $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ kann somit auch als Funktion der Zeit

$$\bar{Q}(t, \vec{u}_p) = - \frac{c\sqrt{\pi}}{\cos \frac{\phi}{2}} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(j\omega)^2} [\rho_{ii}^{PO}(\vec{u}_p) + \rho_{ii}^{PO*}(-\vec{u}_p)] e^{j\omega t} d\omega \quad (2.56)$$

dargestellt werden. Aus einem Fourier-Integral über die Streuamplituden ohne den Faktor $1/(j\omega)^2$ erhält man bekanntlich die Streu-Impulsantwort. Die Multiplikation mit $1/(j\omega)^2$ im Frequenzbereich läßt sich auch durch eine zweifache Integration über die Zeit ersetzen, weshalb das Fourier-Integral (2.56) als Rampanantwort des metallischen Streubjekts

$$g_R^{PO}(t, \vec{u}_p) = - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \bar{Q}(t, \vec{u}_p) \quad (2.57)$$

interpretiert werden kann. Diese beschreibt im Rahmen der PO-Approximation den Verlauf der Querschnittsfläche längs der Winkelhalbierenden zwischen Sende- und Empfangsrichtung bei einer einfallenden Welle rampenförmigen Zeitverlaufs.

Für dielektrische Streuobjekte erhält man bei analoger Vorgehensweise mit Hilfe der modifizierten Bornschen Näherung aus Gl. (2.43)

$$g_{R,11}^{mBN}(t, \vec{u}_p) = - \frac{1}{c\sqrt{\pi}} \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{\cos \frac{\phi}{2}} \bar{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p) \quad (2.58a)$$

und

$$g_{R,22}^{mBN}(t, \vec{u}_p) = - \frac{1}{c\sqrt{\pi}} \frac{1}{\cos \frac{\phi}{2}} \bar{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p) . \quad (2.58b)$$

Ein anderer Lösungsweg für die Rampenantwort führt wieder über die Spur der Streumatrix (2.43). Dabei heben sich die Unterschiede in den beiden Send- und Empfangspolarisationen auf, und man erhält

$$g_R^{mBN}(t, \vec{u}_p) = - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \bar{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p) . \quad (2.59)$$

Damit hat man im Vergleich mit Gl. (2.57) formal denselben Zusammenhang zwischen Rampenantwort und Projektion wie bei metallischen Objekten, was für die Einheitlichkeit der Modelle von Bedeutung sein wird.

Das Konzept der Rampenantwort ist also nicht nur bei metallischen sondern auch bei dielektrischen Objekten anwendbar. Bei homogenen dielektrischen Streukörpern wird die charakteristische Funktion bei Anwendung der modifizierten Bornschen Näherung mit Gln. (2.38) und (2.10)

$$\gamma^{mBN}(\vec{r}) = \frac{3}{4} \frac{\epsilon_D - \epsilon}{\epsilon_D + 2\epsilon} \gamma(\vec{r}) . \quad (2.60)$$

Die Rampenantworten für homogene dielektrische Objekte unterscheiden sich von denen metallischer daher nur um eine materialabhängige Konstante.

Um die Brauchbarkeit der beschriebenen Modelle (PO-Approximation, Bornsche- und modifizierte Bornsche Näherung) beurteilen zu können, wurden die Rampenantworten für ideal leitende und homogene dielektrische Kugeln exakt berechnet und den nach Gln. (2.57), (2.58a,b) und (2.59) approximierten gegenübergestellt. Die Streuamplituden von Kugeln lassen sich aus der Lösung des Randwertproblems (z.B. [34]) exakt berechnen. Über ein Fourier-Integral kann dann

$$g_{R,ii}(t, \vec{u}_p) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(j\omega)} \rho_{ii}(\omega, \vec{u}_p) e^{j\omega t} d\omega , \quad i = 1,2 \quad (2.61)$$

bestimmt werden. Da die Transformation (2.61) nicht in analytischer Form durchgeführt werden kann, wurden die Streuamplituden $\rho_{ii}(\omega, \vec{u}_p)$ numerisch in äquidistanten Frequenzabständen $\Delta\omega$ berechnet und darauf über eine schnelle Fourier-Transformation (FFT) die Rampenantwort $g_{R,ii}(t, \vec{u}_p)$ ermittelt [35].

In den Bildern 2.5 bis 2.8 sind die exakt und die nach der PO-Approximation sowie die nach der modifizierten Bornschen Näherung berechneten Rampenantworten für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ gegenübergestellt. Bei der Metallkugel in Bild 2.5 und der dielektrischen Kugel mit $\epsilon_D/\epsilon = 3.0$ in Bild 2.6 sind die Übereinstimmungen für beide Polarisationen unbefriedigend. Lediglich für kleine bistatische Winkel und für Zeiten $t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2} \lesssim 1$ (Streuung an der Vorderseite der Kugel vom Radius R) können die verwendeten Modelle als brauchbare Approximationen betrachtet werden. Zu späteren Zeitpunkten machen sich Kriechwellen und die Verkopplung von Polarisationsströmen bemerkbar, die in den Modellen nicht berücksichtigt sind. Dagegen hat man für die dielektrische Kugel mit $\epsilon_D/\epsilon = 1.1$ erwartungsgemäß eine sehr gute Übereinstimmung (Bild 2.7). Vergleicht man die Mittelwerte der für die beiden dielektrischen Kugeln exakt berechneten Rampenantworten

$$g_R(t, \vec{u}_p) = \frac{1}{2} [g_{R,11}(t, \vec{u}_p) + g_{R,22}(t, \vec{u}_p)] \quad (2.62)$$

mit den nach der modifizierten Bornschen Näherung - Gl. (2.59) - berechneten (Bild 2.8), so zeigt sich bei allen bistatischen Winkeln für Zeiten $t' \lesssim 1$ eine recht gute Übereinstimmung. Die Unterschiede bei beiden Polarisationen scheinen sich also auch in der exakten Lösung bei der Mittelwertbildung aufzuheben. Da diese Mittelwertbildung dem Fall zirkularer Polarisation entspricht, kann festgehalten werden, daß man bei der Durchführung der Messungen mit zirkularer Polarisation zu besseren Ergebnissen kommt als bei der Verwendung linearer Polarisation.

Für spätere Zeitpunkte $t' \gtrsim 1$ kann eine bessere Übereinstimmung mit $g_R^{MBN}(t, \vec{u}_p)$ erzielt werden, indem man die gemittelten Rampenantworten $g_R(t, -\vec{u}_p)$ für die der Sende- und Empfangsrichtung entgegengesetzten Richtungen bestimmt und damit eine neue Rampenantwort

$$\tilde{g}_R(t, \vec{u}_p) = \begin{cases} g_R(t, \vec{u}_p), & -\infty < t < t_m \\ g_R(t, -\vec{u}_p), & t_m < t < \infty \end{cases} \quad (2.63)$$

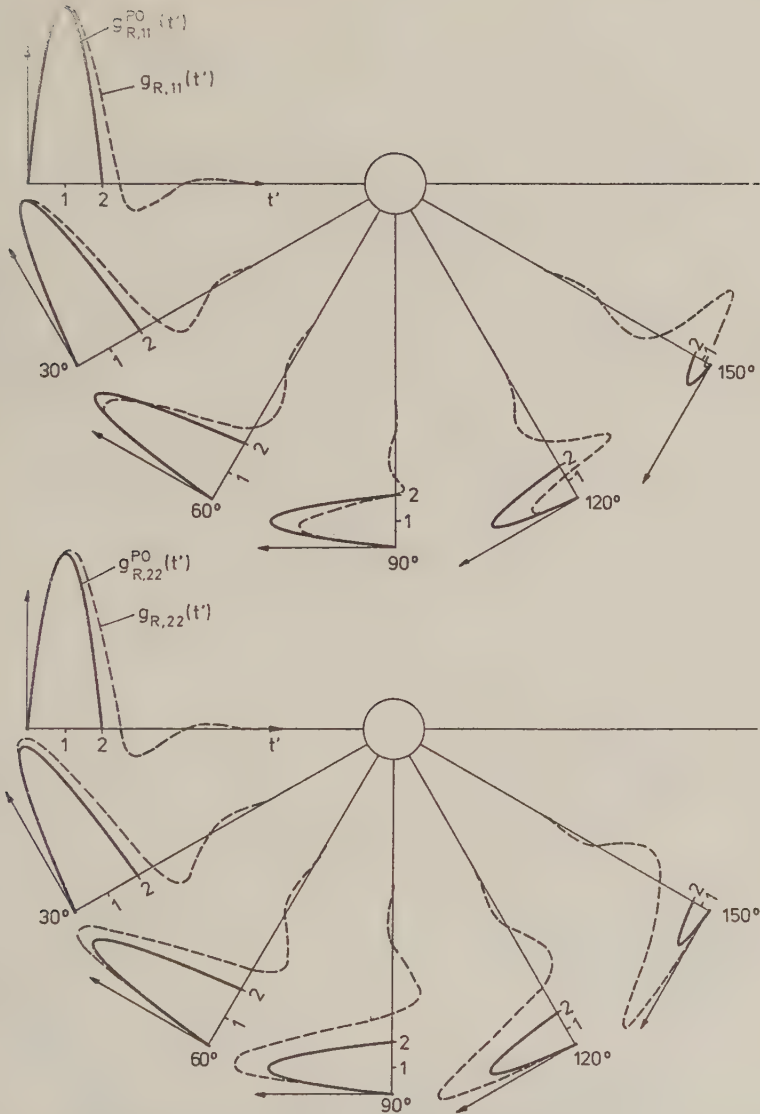


Bild 2.5: Rampenantworten einer Metallkugel für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ , exakt und nach der PO-Approximation berechnet;

$$t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2}$$

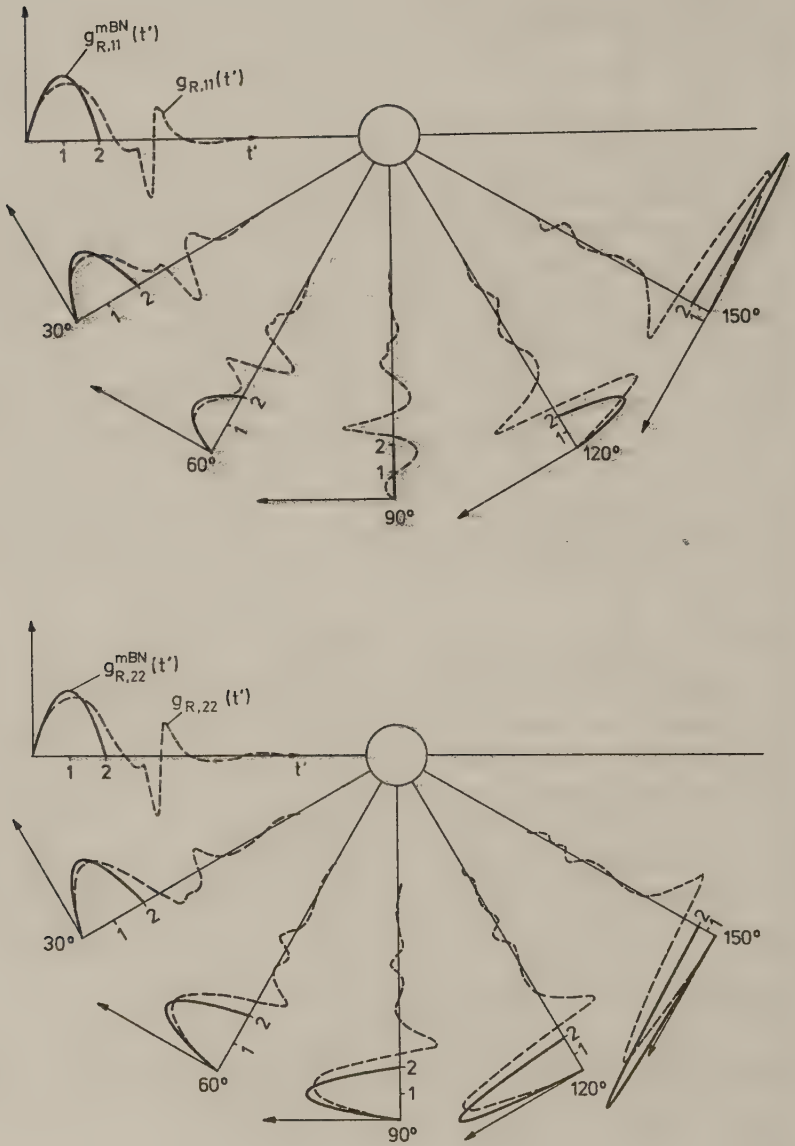


Bild 2.6: Rampenantworten einer homogenen dielektrischen Kugel ($\epsilon_D/\epsilon = 3.0$) für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ , exakt und nach der modifizierten Bornschen Näherung; $t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2}$

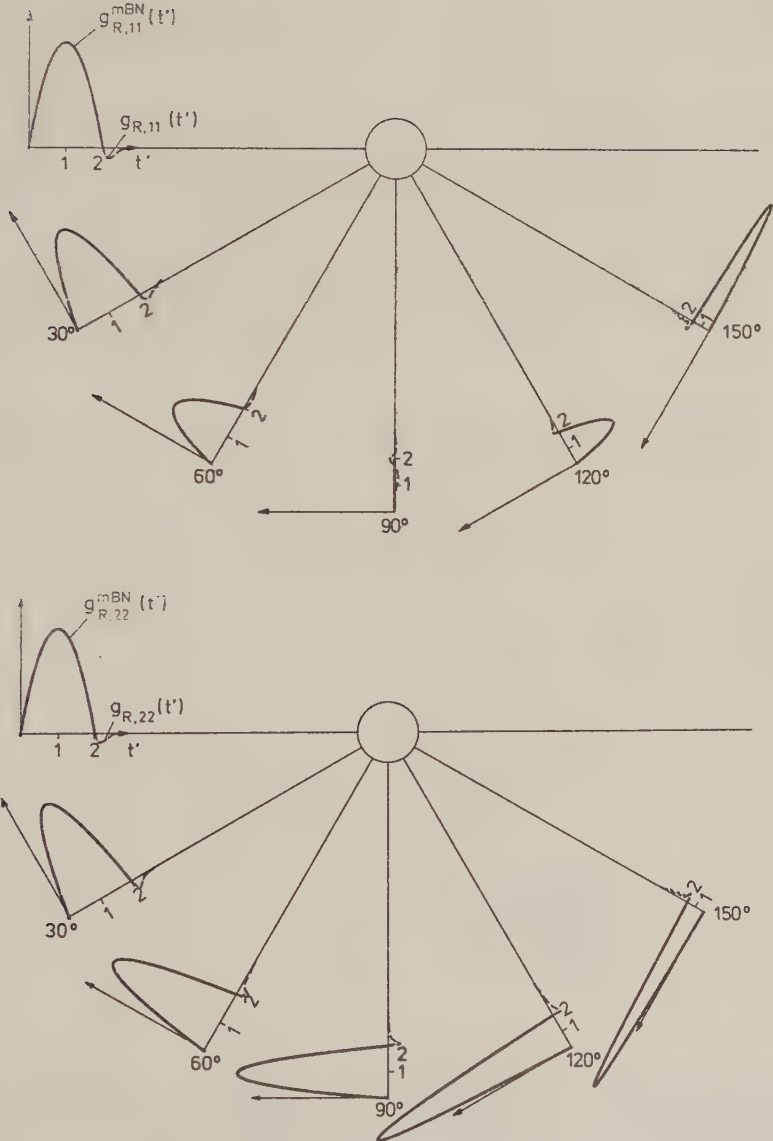


Bild 2.7: Rampenantworten einer homogenen dielektrischen Kugel ($\epsilon_D/\epsilon = 1.1$) für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ , exakt und nach der modifizierten Bornschen Näherung berechnet; $t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2}$

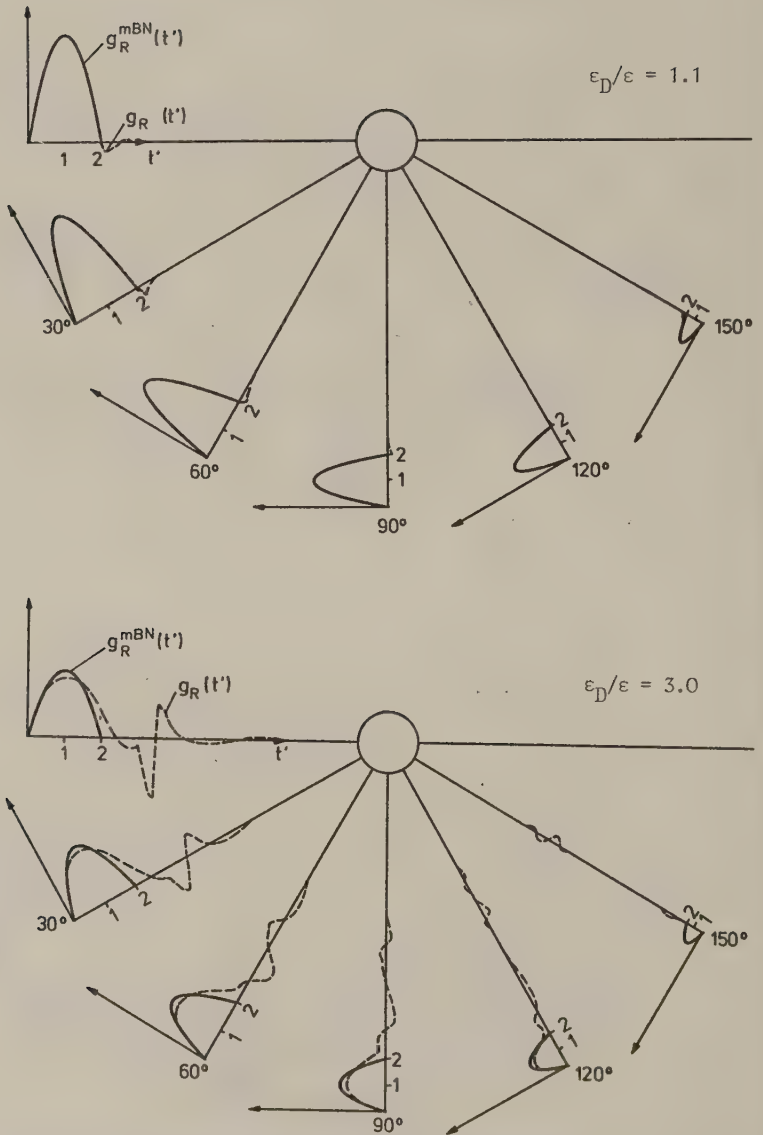


Bild 2.8: Gemittelte Rampenantworten homogener dielektrischer Kugeln für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ , exakt nach Gl. (2.62) und mit Hilfe der modifizierten Bornschen Näherung nach Gl. (2.59); $t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2}$

konstruiert, wobei t_m den Zeitpunkt angibt, zu dem $g_R(t, \vec{u}_p)$ und $g_R(t, -\vec{u}_p)$ maximal werden. Gl. (2.63) stellt dann eine bessere Approximation der Projektion $\vec{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p)$ aus exakt berechneten oder gemessenen Streudaten dar.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die PO-Approximation nur für kleine bistatische Winkel und damit auch im monostatischen Fall ein brauchbares Modell sein kann. Für dielektrische Objekte scheint das Modell der modifizierten Bornschen Näherung, wenn man die kopolaren Rampenantworten $g_{R,ii}^{mBN}(t, \vec{u}_p)$ mittelt und die Streudaten wie in Gl. (2.63) zusammensetzt, eine brauchbare Näherung zu sein. Für metallische Objekte wird ein verbessertes Modell benötigt, das in Kapitel 3 entwickelt wird.

2.3.3 Einfluß von Geometrie- und Materialparametern auf die Streuamplitude

Die bis hier behandelte Theorie beschäftigt sich hauptsächlich mit der vollständigen Rekonstruktion eines Streuobjekts. Häufig sind jedoch nur gewisse Geometrie- oder Materialparameter gefragt. In diesem Abschnitt wird ausgehend von einer Taylor-Entwicklung der Rampenantwort diskutiert, welche Informationen aus den Streuamplituden für eine Raumrichtung $\vec{u}_p$ gewonnen werden können. Dazu wird angenommen, daß es sich bei dem Streuobjekt um einen glatten konvexen Körper aus Metall oder aus homogenem Dielektrikum handelt.

Zunächst wird für metallische Objekte Gl. (2.57) in eine Taylor-Reihe der Form

$$g_R^{PO}(t) = - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} [\vec{Q}^{(1)}(o)t + \vec{Q}^{(2)}(o) \frac{t^2}{2} + R(t)] s(t) \quad (2.64)$$

entwickelt, wobei $\vec{Q}^{(n)}(t)$ die n-te Ableitung der Projektion und

$$s(t) = \begin{cases} 1 & , \quad vt > 0 \\ 0 & , \quad vt < 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

die Sprungfunktion bedeuten. Die Zeitachse wurde dabei so gelegt, das $g_R^{PO}(t)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt, was nach Gl. (2.55) der räumlichen Lage des spekularen Punkts bei $\zeta = 0$ entspricht. Im Restglied $R(t)$ sind alle Terme $O(t^3)$ und solche, die von der Rückseite des Streukörpers herrühren, enthalten. Aus Gl. (2.64) läßt sich durch zweifache Differentiation die Impulsantwort

$$g_I^{PO}(t) = - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \{ \vec{Q}^{(1)}(o) \delta(t) + [\vec{Q}^{(2)}(o) + R^{(2)}(t)] s(t) \} \quad (2.66)$$

berechnen, die über eine Fourier-Transformation in den Frequenzbereich zur Streuamplitude

$$\rho^{PO}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_I^{PO}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.67)$$

führt. Mit Gl. (2.65) wird daraus

$$\rho^{PO}(\omega) = -\frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \bar{Q}^{(1)}(o) - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} [\bar{Q}^{(2)}(o) + R^{(2)}(o)] e^{-j\omega t} dt. \quad (2.68)$$

Das verbleibende Integral kann asymptotisch entwickelt werden [36], womit sich

$$\rho^{PO}(\omega) = -\frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} [\bar{Q}^{(1)}(o) + \frac{1}{j\omega} \bar{Q}^{(2)}(o)] + \tilde{R}(\omega), \quad \omega \rightarrow \infty \quad (2.69)$$

ergibt. In dem Restglied $\tilde{R}(\omega)$ sind alle Terme $O(1/(j\omega)^2)$ und die von der Rückseite des Streuobjekts herrührenden enthalten. Die Ableitungen der Projektionen $\bar{Q}(t)$ stehen über

$$\bar{Q}^{(1)}(t) = Q^{(1)}(\zeta) \frac{d\zeta}{dt} \quad (2.70a)$$

und

$$\bar{Q}^{(2)}(t) = Q^{(2)}(\zeta) \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 \quad (2.70b)$$

mit der Querschnittsflächenfunktion $Q(\zeta)$ in Zusammenhang. Mit Gln. (2.55) und (2.70a,b) wird aus Gl. (2.69)

$$\rho^{PO}(\omega) = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} Q^{(1)}(o) - \frac{1}{j \frac{\omega}{c} \frac{\phi}{2} \cos \frac{\phi}{2}} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} Q^{(2)}(o) + \tilde{R}(\omega). \quad (2.71)$$

$Q^{(1)}(o)$ und $Q^{(2)}(o)$ hängen von der Geometrie des Streuobjekts ab, nämlich

$$Q^{(1)}(o) = 2\pi K_G^{-1}, \quad (2.72)$$

$$Q^{(2)}(o) = 2\pi \frac{M}{K_G} = Q^{(1)}(o) M, \quad (2.73)$$

wobei K_G die Gaußsche Krümmung im spekularen Punkt, die der Kehrwert des geometrischen Mittels der Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 ist, und $Q^{(2)}(o)$ eine aus der Sicht der Differentialgeometrie recht komplizierte Größe darstellt. Der Kehrwert von M kann als Abstand vom spekularen Punkt zum Mittelpunkt des Anschmiegsellipsoids gedeutet werden, welches als ein solches definiert ist, das mit

dem Streukörper in den ersten beiden Ableitungen der Querschnittsflächenfunktion sowie in beiden Hauptkrümmungsradien und -richtungen übereinstimmt.

Bei Gl. (2.71) handelt es sich um eine asymptotische $1/\omega$ -Entwicklung, die auch als Hochfrequenzentwicklung bezeichnet wird. Es kann gezeigt werden, daß im allgemeinen nur der frequenzunabhängige Term mit dem der asymptotischen Lösung der Maxwell'schen Gleichungen übereinstimmt [22, 37]. Er läßt sich als Ergebnis der geometrischen Optik interpretieren. Depolarisationseffekte können demnach nur von frequenzabhängigen Termen herrühren.

Die Herleitung der Impulsantwort für homogene dielektrische Streukörper kann in analoger Weise zu der von Gl. (2.66) vorgenommen werden. Ausgehend von Gl. (2.59) und (2.60) erhält man

$$g_I^{mBN}(t) = \frac{3}{4} \frac{\epsilon_D^{-\epsilon}}{\epsilon_D + 2\epsilon} g_I^{PO}(t) \quad (2.74)$$

und daraus mit Gl. (2.69) für die asymptotische Entwicklung der Streuamplitude

$$\rho^{mBN}(\omega) = -\frac{3}{4} \frac{\epsilon_D^{-\epsilon}}{\epsilon_D + 2\epsilon} \left\{ \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \left[\bar{Q}^{(1)}(0) + \frac{1}{j\omega} \bar{Q}^{(2)}(0) \right] - \tilde{R}(\omega) \right\}, \quad \omega \rightarrow \infty \quad (2.75)$$

Die mit Hilfe der modifizierten Bornschen Näherung berechnete Streuamplitude unterscheidet sich also von der für metallische Objekte um den Faktor $3(\epsilon_D - \epsilon)/4(\epsilon_D + 2\epsilon)$. Der frequenzunabhängige Term in Gl. (2.75) soll mit dem der asymptotischen Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für eine entsprechend gekrümmte Grenzfläche bei zirkularer Polarisierung verglichen werden. Dieser Term ist identisch mit der Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für den dielektrischen Halbraum [38], die sich mit Hilfe der Reflexionsfaktoren $r_{\parallel}$ und $r_{\perp}$ bei linearer Polarisierung parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene beschreiben läßt. Dem Faktor $3(\epsilon_D - \epsilon)/4(\epsilon_D + 2\epsilon)$ in Gl. (2.75) steht in der exakten Lösung der gemittelte Reflexionsfaktor

$$\bar{r}(\phi) = -\frac{1}{2} [r_{\parallel}(\phi) + r_{\perp}(\phi)] \quad (2.76)$$

gegenüber. Beide werden in den Bildern 2.9 und 2.10 miteinander verglichen. Bild 2.9 zeigt eine recht gute Übereinstimmung zwischen modifizierter Bornscher Näherung und dem gemittelten Reflexionsfaktor für Winkel $\phi \leq 120^\circ$. Für größere Winkel kommt man in den Bereich des streifenden Einfalls, für den die asymptotische Lösung keine adäquate Beschreibung ist. Auch in Abhängigkeit von der Dielektrizitätszahl des Objekts ist nach Bild 2.10 die Übereinstimmung in einem breiten Bereich von ϵ_D/ϵ überraschend gut.

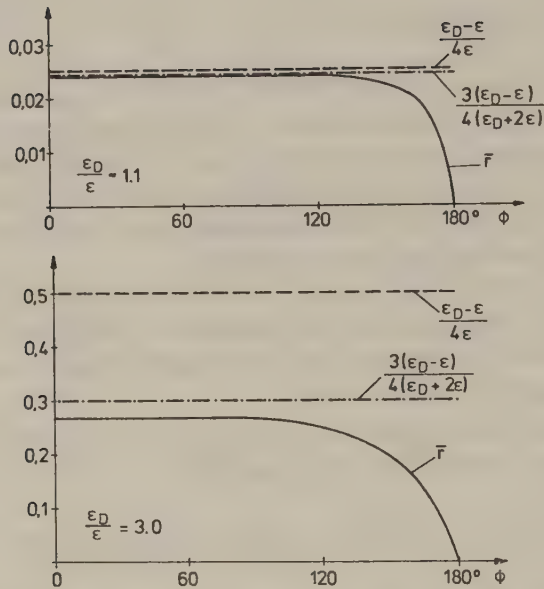


Bild 2.9 Gemittelter Reflexionsfaktor in Abhängigkeit vom bistatischen Winkel ϕ im Vergleich mit den Vorfaktoren $3(\epsilon_D - \epsilon)/4(\epsilon_D + 2\epsilon)$ der modifizierten Bornschen Näherung und $(\epsilon_D - \epsilon)/4\epsilon$ der Bornschen Näherung

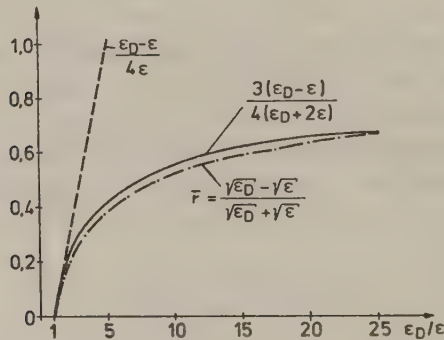


Bild 2.10 Gemittelter Reflexionsfaktor $\bar{r}$ für $\phi = 0$ im Vergleich mit den Vorfaktoren $3(\epsilon_D - \epsilon)/4(\epsilon_D + 2\epsilon)$ der modifizierten Bornschen Näherung und $(\epsilon_D - \epsilon)/4\epsilon$ der Bornschen Näherung in Abhängigkeit von der Dielektrizitätszahl ϵ_D

3, VERBESSERTES MODELL ZUR BERECHNUNG DER STREUUNG AN IDEAL LEITENDEN OBJEKTEN

3.1 Übersicht

Eine einfache Näherungsmethode zur Berechnung der Streuung an Objekten mit ideal leitender Oberfläche stellt das in Abschnitt 2.1 behandelte Verfahren der physikalischen Optik (PO) dar. In Abschnitt 2.3.3 wurde darauf hingewiesen, daß allein der frequenzunabhängige Term einer asymptotischen $1/\omega$ -Entwicklung der mit Hilfe der PO-Approximation berechneten Streuamplitude korrekt ist und Depolarisationseffekte nur von frequenzabhängigen Termen herrühren können. Bei Kenntnis der die Maxwellschen Gleichungen erfüllenden $1/\omega$ -Reihe, in der Literatur häufig als Luneburg-Kline-Entwicklung bezeichnet [39], könnten daher auch Depolarisationseffekte berücksichtigt werden, die in unmittelbarem Zusammenhang mit Geometrieparametern im spekularen Punkt stehen. Durch den frequenzunabhängigen Term, der die Gaußsche Krümmung liefert, ist dieser Geometrie-parameter bereits bekannt.

Gleichungen, die den Zusammenhang zwischen Entwicklungskoeffizienten und Feldkomponenten allgemein beschreiben, sind bekannt [40]. Eine explizite Lösung gibt es jedoch nur für den $1/\omega$ -Term bei rotationssymmetrischen Körpern, auf die eine ebene homogene Welle in axialer Richtung trifft [40].

In diesem Kapitel werden die Streufelder nullter und erster Ordnung an beliebig gekrümmten, glatten Oberflächen bei beliebiger Einfallrichtung explizit bestimmt. Da es sich bei dem angewandten Verfahren um eine Strahlenmethode handelt, werden zunächst die Feldstärken der reflektierten Strahlen an der Oberfläche des Streuobjekts ermittelt. Danach werden jedoch nicht, wie bei Strahlenmethoden üblich, die reflektierten Strahlen mit Hilfe der Transportgleichung weiterverfolgt, sondern aus dem Gesamtfeld an der Oberfläche die äquivalente Flächenstromdichte berechnet. Diese läßt sich in zwei Terme aufspalten, wobei der eine mit dem Strom $\vec{J}_S^{PO}$ von Gl. (2.7) identisch ist und der andere als Korrekturstrom betrachtet werden kann. Mit dessen Hilfe lassen sich sodann Korrekturterme zu den nach der PO approximierten Streuamplituden berechnen.

3.2 Beschreibung elektromagnetischer Strahlenbündel

Die Luneburg-Kline-Entwicklung für elektrische Felder kann in der Form

$$\vec{E}_{i,r}(\vec{r}) = e^{-jks^{i,r}(\vec{r})} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(-jk)^m} \vec{e}_m^{i,r}(\vec{r}), \quad k \rightarrow \infty \quad (3.1)$$

angesetzt werden, wobei $s^{i,r}(\vec{r})$ die Phasenfunktion und $\vec{e}_m^{i,r}(\vec{r})$ die Amplitudenvektoren bedeuten. Die Indizes i und r stehen dabei für das einfallende bzw. das reflektierte Feld, und beide Felder müssen die Maxwell'schen Gleichungen erfüllen. Durch den Ansatz (3.1) werden Mehrfachreflexionen und Beiträge von Teilen der Oberfläche, die von der einfallenden Welle streifend getroffen werden, nicht berücksichtigt. Setzt man Gl. (3.1) in die Maxwell'schen Gleichungen ein, so erhält man Beziehungen für die Phasenfunktion $s^{i,r}$ und die Menge aller Amplitudenvektoren $\{\vec{e}_m^{i,r}\}$, die als Eikonalgleichung

$$(\vec{\nabla}s^{i,r})^2 = 1 \quad (3.2)$$

und Transportgleichung

$$2(\vec{\nabla}s^{i,r}, \vec{\nabla}) \vec{e}_m^{i,r} + (\vec{\nabla}^2 s^{i,r}) \vec{e}_m^{i,r} = -\vec{\nabla}^2 \vec{e}_{m-1}^{i,r} \quad (3.3)$$

bekannt sind [41]. Die Divergenzbedingung nimmt die Form

$$\vec{\nabla}s^{i,r} \cdot \vec{e}_m^{i,r} + \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_{m-1}^{i,r} = 0 \quad (3.4)$$

an.

Die Flächen, auf denen die Phasenfunktion $s^{i,r}(\vec{r})$ konstant ist, werden als Phasenflächen der einfallenden bzw. der reflektierten Wellen bezeichnet. Der Wellenausbreitungsvorgang orthogonal zu den Phasenflächen läßt sich durch Strahlen beschreiben. Dabei werden der in der Achse eines Bündels liegende Strahl als axialer Strahl, die Strahlen in seiner unmittelbaren Nachbarschaft als paraxiale Strahlen bezeichnet. Axiale und paraxiale Strahlen verlaufen im allgemeinen nicht parallel, und die Krümmung der Phasenfläche bestimmt, ob das Strahlenbündel konvergiert oder divergiert. Zur Beschreibung eines beliebigen einfallenden und reflektierten Strahlenbündels werden orthogonale Koordinatensysteme $x_n^{i,r}$, ($n=1,2,3$) mit den Basisvektoren $\vec{u}_n^{i,r}$, ($n=1,2,3$) eingeführt, deren Nullpunkte in den Reflexionspunkt des axialen Strahls gelegt werden. Die Phasenfunktion kann dann für

jeden axialen Strahl durch eine Taylor-Reihe in der Form

$$s^{i,r}(x_1^{i,r}, x_2^{i,r}, x_3^{i,r}) = s^{i,r}(0,0,0) + x_3^{i,r} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1^{i,r} \\ x_2^{i,r} \end{pmatrix}^T \mathbf{Q}^{i,r}(x_3^{i,r}) \begin{pmatrix} x_1^{i,r} \\ x_2^{i,r} \end{pmatrix} + O[(x_1^{i,r})^\mu (x_2^{i,r})^\nu], \text{ mit } \mu + \nu = 0 \quad (3.5)$$

approximiert werden [42], wobei

$$\mathbf{Q}^{i,r}(x_3^{i,r}) = \begin{pmatrix} (R_1^{i,r} + x_3^{i,r})^{-1} & 0 \\ 0 & (R_2^{i,r} + x_3^{i,r})^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

die Krümmungsmatrix der Phasenflächen, $R_1^{i,r}$ und $R_2^{i,r}$ deren Hauptkrümmungsradien im Reflexionspunkt sind. Die Vorzeichen von $R_1^{i,r}$ und $R_2^{i,r}$ sind positiv für divergierende und negativ für konvergierende Strahlenbündel in den zugehörigen Hauptschnittebenen, die durch die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$, $\vec{u}_3^{i,r}$ sowie $\vec{u}_2^{i,r}$, $\vec{u}_3^{i,r}$ aufgespannt werden. In der Darstellung von Gl. (3.5) mit Gl. (3.6) zeigen die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$ und $\vec{u}_2^{i,r}$ in die Hauptkrümmungsrichtungen mit den Radien $R_1^{i,r}$ bzw. $R_2^{i,r}$.

Wenn die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$ und $\vec{u}_2^{i,r}$ um einen Winkel ψ gegenüber den Hauptkrümmungsrichtungen gedreht sind, ist die Krümmungsmatrix nicht mehr diagonal und nimmt die Form

$$\mathbf{Q}^{i,r}(x_3^{i,r} = 0) = \begin{pmatrix} \frac{\cos^2 \psi}{R_1^{i,r}} + \frac{\sin^2 \psi}{R_2^{i,r}} & -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1^{i,r}} - \frac{1}{R_2^{i,r}} \right) \sin 2\psi \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1^{i,r}} - \frac{1}{R_2^{i,r}} \right) \sin 2\psi & \frac{\sin^2 \psi}{R_1^{i,r}} + \frac{\cos^2 \psi}{R_2^{i,r}} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

an.

Der Verlauf des axialen Strahls wird durch die Eikonalgleichung (3.2) bestimmt und ist in einem homogenen Raum geradlinig. Die Größe und Richtung der Amplitudenvektoren $\vec{c}_m^{i,r}$ entlang eines axialen Strahls ergeben sich aus der Lösung der Transportgleichung (3.3).

3.3 Bedingungen für Amplitude und Phase an der Oberfläche des Streuobjekts

Trifft eine elektromagnetische Welle auf eine ideal leitende Oberfläche, so muß auf dieser die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes verschwinden. Aus dieser Randbedingung ergeben sich einige Zusammenhänge zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl.

Bei der vorausgesetzten gekrümmten glatten Oberfläche des Streuobjekts läßt sich diese in der Umgebung des Reflexionspunkts durch eine quadratische Funktion

$$x_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}^T Q \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

approximieren [43] mit $x_n = \vec{u}_n \cdot \vec{x}$, ($n=1,2,3$), wobei die Einheitsvektoren $\vec{u}_1$ und $\vec{u}_2$ in die Hauptkrümmungsrichtungen zeigen und $\vec{u}_3$ der Normaleneinheitsvektor ist (s. Bild 3.1). Die Matrix

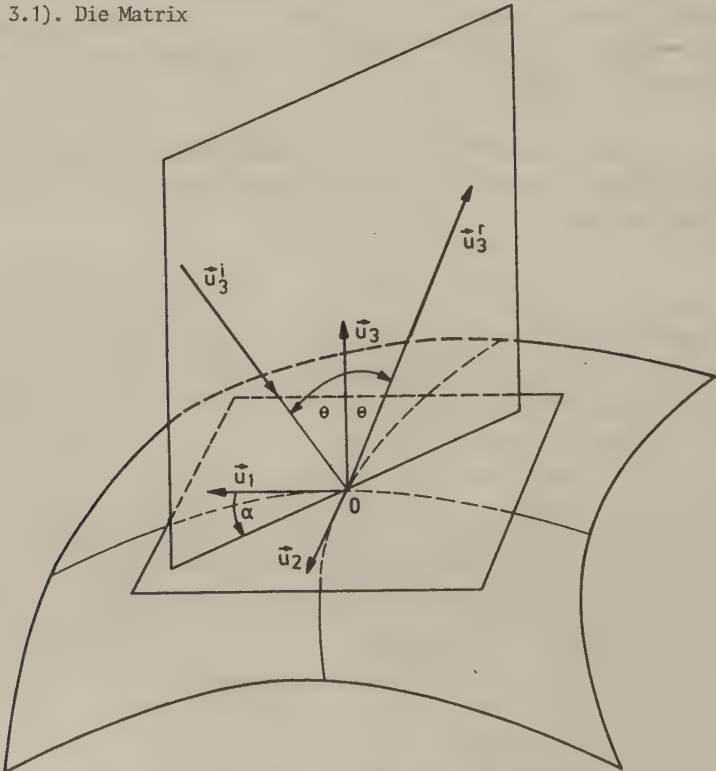


Bild 3.1: Zur Beschreibung der Reflexion an einer gekrümmten Fläche ($R_1, R_2 < 0$)

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} R_1^{-1} & 0 \\ 0 & R_2^{-1} \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

ist die Krümmungsmatrix der Streukörperoberfläche (Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2) im Reflexionspunkt. Die Vorzeichen R_1 und R_2 sind positiv oder negativ, je nachdem ob sich in den Hauptschnittebenen die Schnittlinien mit der Oberfläche in Richtung $\vec{u}_3$ biegen bzw. von $\vec{u}_3$ wegbiegen. Bei einer Kugel vom Radius a z.B. ist $R_1 = R_2 = -a$.

Die Richtung des reflektierten Strahls im Reflexionspunkt ($\vec{x} = 0$) ergibt sich bei gegebener Richtung des einfallenden Strahls nach dem Gesetz von Snellius aus

$$\vec{v}_s^i \cdot \vec{u}_n = \vec{v}_s^r \cdot \vec{u}_n, \quad n=1,2. \quad (3.10)$$

Die Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r(x_3^r = 0)$ der Phasenfläche des reflektierten Strahlenbündels im Reflexionspunkt läßt sich aus der Matrixgleichung

$$(\mathbf{p}^i)^T \mathbf{Q}^i \mathbf{p}^i + p_{33}^i \mathbf{Q} = (\mathbf{p}^r)^T \mathbf{Q}^r \mathbf{p}^r + p_{33}^r \mathbf{Q} \quad (3.11)$$

ermitteln [44], wobei

$$\mathbf{p}^{i,r} = \begin{pmatrix} p_{11}^{i,r} & p_{12}^{i,r} \\ p_{21}^{i,r} & p_{22}^{i,r} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

eine Projektionsmatrix ist und die Projektionen $p_{mn}^{i,r}$ durch

$$p_{mn}^{i,r} = \vec{u}_m^{i,r} \cdot \vec{u}_n, \quad m,n = 1,2,3 \quad (3.13)$$

definiert sind. Die Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r$ nimmt nach ihrer Berechnung mit Hilfe von Gl. (3.11) im allgemeinen die Form von Gl. (3.7) an. Erst nach einer Hauptachsentransformation von $\mathbf{Q}^r$ zeigen die zugehörigen Eigenvektoren in die Hauptkrümmungsrichtungen der Phasenfläche des reflektierten Strahlenbündels (s. Anhang 8.3).

Aus der Randbedingung für die vollkommen leitende Oberfläche S

$$\vec{u}_3 \times [\vec{E}_i(\vec{r}) + \vec{E}_r(\vec{r})] = 0, \quad \forall \vec{r} \in S \quad (3.14)$$

folgen mit Gln. (3.1) und (3.4) die Bedingungen für die Amplitudenvektoren $\vec{e}_m^{i,r}(\vec{r})$

$$\vec{e}_m^i \cdot \vec{u}_n = -\vec{e}_m^r \cdot \vec{u}_n, \quad n = 1, 2 \quad (3.15a)$$

und

$$(\vec{e}_m^i \cdot \vec{u}_3) \frac{\partial s^i}{\partial x_3} + \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_{m-1}^i = -(\vec{e}_m^r \cdot \vec{u}_3) \frac{\partial s^r}{\partial x_3} - \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_{m-1}^r, \quad (3.15b)$$

$\forall m \in \mathbb{N}_0$ an der Stelle $\vec{x} = 0$. Die Ableitungen in Gl. (3.15b) ergeben sich aus Gln. (3.5) und (3.13) zu

$$\frac{\partial s^{i,r}}{\partial x_3} = p_{33}^{i,r}, \quad (3.16)$$

und die Gln. (3.15a,b) können mit den Komponenten

$$e_{m,n}^{i,r} = \vec{e}_m^{i,r} \cdot \vec{u}_n^{i,r} \quad (3.17)$$

der Amplitudenvektoren $\vec{e}_m^{i,r}$ in der Matrixform

$$\begin{pmatrix} p_{11}^i & p_{21}^i & p_{31}^i \\ p_{12}^i & p_{22}^i & p_{32}^i \\ p_{13}^i p_{33}^i & p_{23}^i p_{33}^i & p_{33}^i p_{33}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{m,1}^i \\ e_{m,2}^i \\ e_{m,3}^i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_{m-1}^i \end{pmatrix} = \\ - \begin{pmatrix} p_{11}^r & p_{21}^r & p_{31}^r \\ p_{12}^r & p_{22}^r & p_{32}^r \\ p_{13}^r p_{33}^r & p_{23}^r p_{33}^r & p_{33}^r p_{33}^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{m,1}^r \\ e_{m,2}^r \\ e_{m,3}^r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_{m-1}^r \end{pmatrix}, \quad \forall m \in \mathbb{N}_0 \quad (3.18)$$

zusammengefaßt werden, wenn man berücksichtigt, daß $\vec{e}_{-1}^{i,r} = 0$ ist und die Komponenten $e_{0,3}^{i,r}$ aufgrund der Divergenzbedingung (3.4) verschwinden.

Gl. (3.18) ist die Grundgleichung zur Berechnung der Amplitudenvektoren $\vec{e}_m^{i,r}$ im Reflexionspunkt bei dort bekanntem Feld $\vec{E}_i$ der einfallenden Welle. Der einzige noch nicht explizit angegebene Term ist $\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_m^{i,r}$. Zur Berechnung von $\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_m^{i,r}$ sind in [40] Gleichungen angegeben, in denen die partiellen Ableitungen $\partial e_{o,m}^{i,r} / \partial x_n^{i,r}$, ($m, n = 1, 2$) implizit enthalten sind. Diese Gleichungen, die nur unter der Voraussetzung gelten, daß die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$ und $\vec{u}_2^{i,r}$ in die Hauptkrümmungsrichtungen der Phasenflächen zeigen, lauten

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^2 \left[\delta_{nq} K_n p_{m3}^i e_{o,m}^i - K_m^i p_{mq}^i p_{3n}^i e_{o,m}^i - K_M^i p_{3q}^i p_{mn}^i e_{o,m}^i \right. \\
 & \quad \left. + p_{1q}^i p_{mn}^i \frac{\partial e_{o,m}^i}{\partial x_1^i} + p_{2q}^i p_{mn}^i \frac{\partial e_{o,m}^i}{\partial x_2^i} \right] = \\
 & - \sum_{m=1}^2 \left[\delta_{nq} K_n p_{m3}^r e_{o,m}^r - K_m^r p_{mq}^r p_{3n}^r e_{o,m}^r - K_M^r p_{3q}^r p_{mn}^r e_{o,m}^r \right. \\
 & \quad \left. + p_{1q}^r p_{mn}^r \frac{\partial e_{o,m}^r}{\partial x_1^r} + p_{2q}^r p_{mn}^r \frac{\partial e_{o,m}^r}{\partial x_2^r} \right], \quad n, q = 1, 2, \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

wobei

$$\delta_{nq} = \begin{cases} 1, & n = q \\ 0, & n \neq q \end{cases} \quad (3.20)$$

das Kronecker-Symbol, $K_n = R_n^{-1}$, ($n = 1, 2$) die Hauptkrümmungen der Streuobjektoberfläche, $K_m^{i,r} = (R_m^{i,r})^{-1}$, ($m = 1, 2$) die Hauptkrümmungen und

$$K_M^{i,r} = \frac{1}{2} (K_1^{i,r} + K_2^{i,r}) \quad (3.21)$$

die mittleren Krümmungen der Phasenflächen und im Reflexionspunkt bedeuten.

Gleichungen, in denen die partiellen Ableitungen der Amplitudenvektoren erster und höherer Ordnung vorkommen, sind noch komplizierter als Gl. (3.19), da hierzu die Beschreibung von Streuobjektoberfläche und Phasenflächen in quadratischer Form nicht mehr ausreicht. Diese Terme liefern keinen wesentlichen Beitrag, solange die Krümmung der Oberfläche hinreichend klein ist.

3.4 Bestimmung der elektrischen Feldstärke an der Oberfläche

Die Amplitudenvektoren $\vec{e}_o^r$ und $\vec{e}_1^r$ lassen sich im Reflexionspunkt mit Hilfe von Gl. (3.17) berechnen. Unter der Voraussetzung einer einfallenden ebenen homogenen Welle wird, um die Rechnung möglichst einfach zu gestalten, angenommen, daß der Einheitsvektor $\vec{u}_1^{i,r}$ in der durch $\vec{u}_3^i$ und $\vec{u}_3^r$ definierten Einfallsebene liegt und $\vec{u}_2^{i,r}$ senkrecht auf dieser steht (Bild 3.2). Da bei dieser Festlegung der

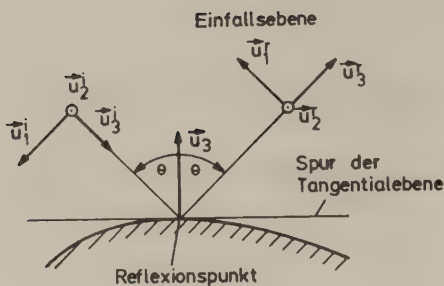


Bild 3.2: Lage der Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$ und $\vec{u}_2^{i,r}$

Einheitsvektoren für die Projektionen nach Gl. (3.13) $p_{mn}^i = p_{mn}^r$, ($m, n = 1, 2$) gelten, folgt für die Komponenten von $\vec{e}_o^r$ nach Gl. (3.18)

$$e_{o,1}^r = -e_{o,1}^i \quad (3.22a)$$

$$e_{o,2}^r = -e_{o,2}^i \quad (3.22b)$$

und

$$e_{o,3}^r = 0 \quad (3.22c)$$

Für $m = 1$ vereinfacht sich Gl. (3.18) in

$$\begin{pmatrix} p_{11}^r & p_{21}^r & p_{31}^r \\ p_{12}^r & p_{22}^r & p_{32}^r \\ p_{13}^r p_{33}^r & p_{23}^r p_{33}^r & p_{33}^r p_{33}^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{1,1}^r \\ e_{1,2}^r \\ e_{1,3}^r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_o^r \end{pmatrix} = 0, \quad (3.23)$$

da für $m > 0$ $\vec{e}_m^i = 0$ und nach Gl. (3.4) auch $\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_o^i = 0$ gelten. Das Gleichungssystem (3.23) läßt sich nach den Komponenten von $\vec{e}_1^r$ auflösen, und man erhält

$$\vec{e}_{1,1}^r = -\tan \theta \vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r, \quad (3.24a)$$

$$\vec{e}_{1,2}^r = 0, \quad (3.24b)$$

$$\vec{e}_{1,3}^r = -\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r \quad (3.24c)$$

Die Komponenten des Amplitudenvektors erster Ordnung $\vec{e}_1^r$ werden somit durch die Divergenz des Amplitudenvektors nullter Ordnung $\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r$ (s. Anhang 8.4) bestimmt. Diese läßt sich aus Gl. (8.4.12) ermitteln. Mit Hilfe der unitären Transformation

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

lassen sich über

$$\begin{pmatrix} \vec{e}_{0,1}^i \\ \vec{e}_{0,2}^i \end{pmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \begin{pmatrix} \vec{e}_{0,1}^r \\ \vec{e}_{0,2}^r \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

die Komponenten von $\vec{e}_0^i$ wieder in solche in und senkrecht zur Einfallsebene umrechnen. Man erhält

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r = \tan\theta \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(q_{11}^r - q_{22}^r) \\ q_{12}^r \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \vec{e}_{0,1}^i \\ \vec{e}_{0,2}^i \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

wobei die q_{mn}^r , ($m,n = 1,2$) die Elemente der Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r$ der Phasenfläche des reflektierten Strahlenbündels sind, die in Gln. (8.3.5a-c) angegeben sind.

Damit sind die Komponenten des elektrischen Feldes der reflektierten Welle in nullter und erster Ordnung jetzt explizit bekannt. Zur Berechnung der äquivalenten Flächenstromdichte auf einer ideal leitenden Oberfläche ist indessen die Kenntnis des Magnetfeldes $\vec{H}_{i,r}$ erforderlich, welches durch eine Gl. (3.1) entsprechende Reihe mit den Amplitudenvektoren $\{\vec{h}_m^{i,r}\}$ dargestellt werden kann. Aus den Maxwell'schen Gleichungen läßt sich die Beziehung

$$\vec{h}_m^{i,r}(\vec{r}) = Z^{-1} [\vec{\nabla} \times \vec{e}_{m-1}^{i,r}(\vec{r}) + \vec{\nabla}_s^{i,r}(\vec{r}) \times \vec{e}_m^{i,r}(\vec{r})], \quad (3.28)$$

mit $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$, ableiten [42], mit deren Hilfe die Amplitudenvektoren des Magnetfelds aus denen des elektrischen Felds berechnet werden können. Für die Amplitudenvektoren nullter Ordnung läßt sich

$$\vec{h}_0^i = Z^{-1} [e_{0,2}^i \vec{u}_1^i - e_{0,1}^i \vec{u}_2^i] \quad (3.29a)$$

und

$$\vec{h}_0^r = Z^{-1} [e_{0,2}^r \vec{u}_1^r - e_{0,1}^r \vec{u}_2^r] \quad (3.29b)$$

angeben, wobei in Gl. (3.29a) die Einheitsvektoren $\vec{u}_1^i$, $\vec{u}_2^i$ und $\vec{u}_3^i$ ein Linkssystem bilden. In Gl. (3.29b) wurden die Ergebnisse (3.22a,b) berücksichtigt.

Die Bestimmung des Amplitudenvektors erster Ordnung $\vec{h}_1^r$ ist etwas komplizierter. Aus der im Anhang 8.5 skizzierten Ableitung folgt

$$\begin{aligned} \vec{h}_1^r = Z^{-1} \{ & [q_{12}^r e_{0,1}^i - \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) e_{0,2}^i] \vec{u}_1^r \\ & - \frac{1}{\cos^2 \theta} [\frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) e_{0,1}^i + q_{12}^r e_{0,2}^i] \vec{u}_2^r \\ & + \tan \theta [-q_{12}^r e_{0,1}^i + \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) e_{0,2}^i] \vec{u}_3^r \} . \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.5 Berechnung der äquivalenten Flächenstromdichte

Bei Kenntnis des Gesamt-Magnetfelds $\vec{H}_1 + \vec{H}_r$ auf der Oberfläche S des Streukörpers läßt sich die Flächenstromdichte auf S

$$\vec{J}_S(\vec{r}') = \vec{n}(\vec{r}') \times [\vec{H}_1(\vec{r}') + \vec{H}_r(\vec{r}')] \quad (3.31)$$

angeben [34]. Sie kann mit Hilfe der Gln. (3.29a,b) und (3.30) auf die Form

$$\vec{J}_S(\vec{r}') = e^{-jks^i(\vec{r}')} \vec{u}_3 \times [\vec{h}_0^i + \vec{h}_0^r + \frac{\vec{h}_1^r}{-jk} + O(k^{-2})] \quad (3.32)$$

gebracht werden, wobei der Anteil mit $\vec{h}_0^i$ und $\vec{h}_0^r$ als PO-Stromdichte

$$\vec{J}_S^{PO} = e^{-jks^i} \vec{u}_3 \times [\vec{h}_0^i + \vec{h}_0^r] \quad (3.33)$$

und der $1/k$ -Term als Korrekturterm zu dieser

$$\vec{J}_S^{PO1} = e^{-jks^i} \vec{u}_3 \times \left[\frac{1}{-jk} \vec{h}_1^r \right] \quad (3.34)$$

interpretiert werden können. Da die PO-Stromdichte $\vec{J}_S^{PO}$ und die mit ihr berechnete Streumatrix $\mathbf{R}^{PO}$ in Kapitel 2 schon eingehend behandelt wurden, soll im folgenden nur der Einfluß der Korrekturstromdichte zur PO untersucht werden. Mit dem Amplitudenvektor $\vec{h}_1^r$ aus Gl. (3.30) wird aus Gl. (3.34) nach einigen Umformungen

$$\vec{J}_S^{PO1}(\vec{r}') = e^{-jks^i(\vec{r}')} \mathbf{Y}_1(\vec{r}') \vec{e}_0^i = \mathbf{Y}_1(\vec{r}') \vec{E}_i, \quad (3.35)$$

wobei $\mathbf{Y}_1$ als Admittanz-Tensor interpretiert werden kann. Wählt man als Basis des Tensors $b_{ij} = \vec{u}_i \cdot \vec{u}_j$, ($i, j = 1, 2$), beschreibt man also $\vec{e}_0^i$ und $\vec{J}_S^{PO1}$ in den Basisvektoren $\vec{u}_1^i, \vec{u}_2^i$ bzw. $\vec{u}_1, \vec{u}_2$, dann nimmt der Admittanz-Tensor die Form

$$\mathbf{Y}_1(\vec{r}') = \frac{1}{-jkZ\cos^2\Theta} \begin{pmatrix} D \cos\alpha - C \cos\Theta \sin\alpha & D \cos\Theta \sin\alpha + C \cos\alpha \\ D \sin\alpha + C \cos\Theta \cos\alpha & -D \cos\Theta \cos\alpha + C \sin\alpha \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

mit

$$D = \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) \quad \text{und} \quad C = q_{12}^r,$$

an. Gl. (3.35) beschreibt allgemein den Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld $\vec{E}_i$ der einfallenden Welle und der Flächenstromdichte $\vec{J}_S^{PO1}$, die im Gegensatz zur PO-Stromdichte frequenzabhängig ist und durch die Einfallsrichtung, die Polarisation von $\vec{E}_i$ und die Hauptkrümmungsradien und -richtungen der Streuobjekt-oberfläche bestimmt wird.

3.6 Asymptotische Entwicklung der Streumatrix

Mit Hilfe der Korrekturstromdichte $\vec{J}_S^{PO1}$ nach Gl. (3.35) läßt sich nun eine Streumatrix $\mathbf{R}^{PO1}$ angeben, die zusammen mit $\mathbf{R}^{PO}$ eine bessere Approximation des Streu-Fernfelds $\vec{E}_s$ in Gl. (2.4) ermöglicht. Analog zur Vorgehensweise bei der Ableitung der Streumatrizen nach den Bornschen Näherungen (s. Anhang 8.2) erhält man

$$\mathbf{R}^{PO1}(\vec{p}) = \frac{-jkZ}{2\sqrt{\pi}} \iint_{S_+} \mathbf{p}^r(\vec{r}') \mathbf{Y}_1(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}'), \quad (3.37)$$

wobei hier im Gegensatz zu Gl. (8.2.2) wegen der metallischen Oberfläche nicht über das Streukörpervolumen, sondern nur über die Oberfläche S_+ zu integrieren ist. Eine analytische Auswertung des Integrals ist im allgemeinen nicht möglich. Für große Werte von k läßt sich jedoch eine asymptotische Entwicklung durchführen, wie im folgenden gezeigt wird.

In den Oberflächenkoordinaten x_1, x_2 läßt sich Gl. (3.37) in der Form

$$\mathbf{R}^{PO1} = \frac{-jkZ}{2\sqrt{\pi}} \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}^r(x_1, x_2) \mathbf{Y}_1(x_1, x_2) e^{-jk g(x_1, x_2)} dx_1 dx_2 \quad (3.38)$$

schreiben. Die Integrationsgrenzen wurden dabei ins Unendliche verlegt, um Beiträge von den Unstetigkeitsstellen des Integranden, wie sie am Rand von S_+ (Schattengrenze) auftreten, zu unterdrücken. Der Hauptbeitrag rührt nämlich von dem Ort her, an dem die Phasenfunktion $kg(x_1, x_2)$ stationär, wenn also

$$\vec{\nabla}[kg(x_1, x_2)] = 0 \quad (3.39)$$

wird. Dies ist für $x_1 = x_2 = 0$, also im spekularen Punkt erfüllt. Da sich $\mathbf{P}^r(x_1, x_2) \mathbf{Y}_1(x_1, x_2)$ um diesen Punkt herum nur langsam ändert, kann man dafür näherungsweise $\mathbf{P}^r(0,0) \mathbf{Y}_1(0,0)$ schreiben und aus Gl. (3.38) wird

$$\mathbf{R}^{PO1} \approx \frac{-jkZ}{2\sqrt{\pi}} \mathbf{P}^r(0,0) \mathbf{Y}_1(0,0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \cos \frac{\phi}{2} x_1^2} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \cos \frac{\phi}{2} x_2^2} dx_2 \quad (3.40)$$

Die Integrale lassen sich in Fresnel-Integrale umformen, deren Lösung bekannt ist (z.B. [32]). Unter Berücksichtigung von Gln. (3.12) und (3.36) erhält man schließlich

$$\mathbf{R}^{PO1} = - \frac{\sqrt{\pi R_1 R_2}}{-jk 2 \cos \frac{\phi}{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) & q_{12}^r \\ q_{12}^r & -\frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) \end{pmatrix}. \quad (3.41)$$

Faßt man dieses Ergebnis mit der asymptotischen Entwicklung von $\mathbf{R}^{PO}$ in Gl. (2.71) zusammen, dann ergibt sich als verbessertes Modell für die Streuung an beliebig gekrümmten, ideal leitenden Oberflächen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \mathbf{R}^{\text{PO}} + \mathbf{R}^{\text{PO1}} + O(k^{-2}) \\
 &= \sqrt{\pi R_1 R_2} \mathbf{I} + \frac{1}{-jk} \frac{\sqrt{\pi R_1 R_2}}{2 \cos \frac{\phi}{2}} \mathbf{M} \mathbf{I} \\
 &\quad - \frac{1}{-jk} \frac{\sqrt{\pi R_1 R_2}}{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) & q_{12}^r \\ q_{12}^r & -\frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) \end{pmatrix} + O(k^{-2}) , \quad (3.42)
 \end{aligned}$$

mit den aus Gln. (8.3.5a-c) folgenden Matrixelementen

$$\frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) = \frac{1}{\cos \frac{\phi}{2}} \left[\frac{\cos^2 \frac{\phi}{2} \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{R_1} + \frac{\cos^2 \frac{\phi}{2} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{R_2} \right] \quad (3.43a)$$

und

$$q_{12}^r = 2 \cos \alpha \sin \alpha \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) . \quad (4.43b)$$

In dem frequenzabhängigen Anteil, der aus der PO resultiert (2. Term in Gl.(3.42)), konnte in diesem Kapitel ein weiterer $1/jk$ -Term abgeleitet werden, mit dem die Berücksichtigung von Polarisisationseffekten in erster Näherung möglich ist. Alle weiteren Streuanteile besitzen eine Frequenzabhängigkeit $O(k^{-2})$. Die Entwicklung der Streumatrixelemente bis zum $1/jk$ -Term ist in der Literatur bisher nur für den Sonderfall $\phi = 0$ (monostatische Streuung) bekannt [45], deren Richtigkeit in [46] angezweifelt wurde. Aus Gl. (3.42) folgt für $\phi = 0$, daß das Ergebnis in [45] korrekt ist.

4. ANWENDUNGEN

4.1 Verallgemeinertes Konzept der Rampenantwort

Das Konzept der zusammengesetzten Rampenantwort

$$\tilde{g}_R(t, \vec{u}_p) = \begin{cases} g_R(t, \vec{u}_p) & , \quad -\infty < t < t_m \\ g_R(t, -\vec{u}_p) & , \quad t_m < t < \infty \end{cases} \quad (4.1)$$

wie es in Abschnitt 2.3.2 für homogene dielektrische Objekte entwickelt wurde, ist bei Benutzung des in Kapitel 3 beschriebenen verbesserten Modells auch bei ideal leitenden Objekten anwendbar. Es soll als verallgemeinertes Konzept der Rampenantwort bezeichnet werden, da es sowohl für metallische als auch dielektrische Objekte und bei bistatischer sowie monostatischer Meßanordnung gültig ist.

In Bild 4.1 sind zunächst die exakt berechneten, nach Gl. (2.62) gemittelten Rampenantworten $g_R(t, \vec{u}_p)$ von einer Metallkugel denen nach der PO approximierten $g_R^{PO}(t, \vec{u}_p)$ für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ gegenübergestellt.

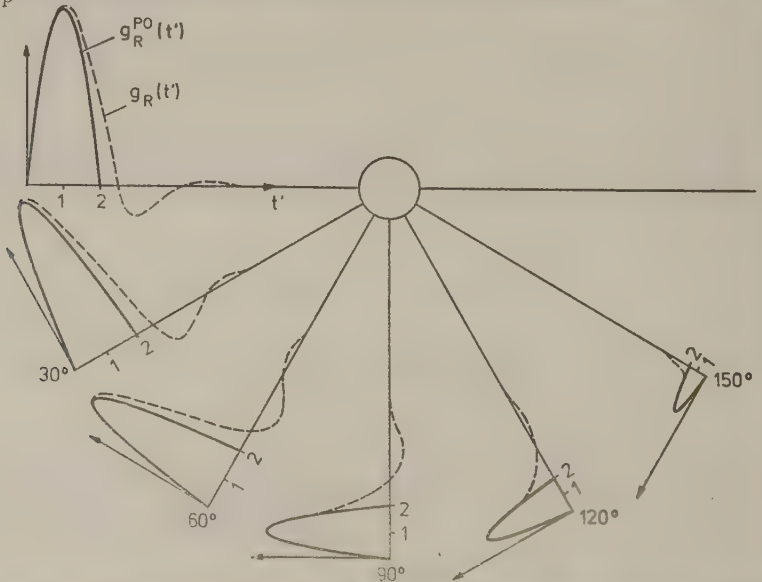


Bild 4.1: Gemittelte Rampenantworten von einer Metallkugel, exakt nach Gl. (2.62) und mit Hilfe der PO nach Gl. (2.57) für unterschiedliche bistatische Winkel ϕ berechnet; $t' = ct/2R \cos \frac{\phi}{2}$

$g_R(t, \vec{u}_p)$ und $g_R^{PO}(t, \vec{u}_p)$ stimmen für frühe Zeiten ($t' \leq 1$) bei allen Winkeln ϕ sehr gut überein. Man kann darüber hinaus allgemein sagen, daß sich aus der gemittelten Rampenantwort $g_R(t, \vec{u}_p)$ eines konvexen metallischen Objektes die Projektion $\bar{Q}(t, \vec{u}_p)$ nach Gl. (2.56) und damit die Querschnittsflächenfunktion $Q(\zeta, \vec{u}_p)$ - Radon-Transformierte entsprechend Gl. (2.49) - für Zeiten $t < 2R\cos\frac{\phi}{2}/c$ bestimmen lassen, weil sich nach Gl. (3.42) bei der Mittelwertbildung der kopolaren Streuamplituden die Korrekturterme zur PO aufheben und man für die Taylor-Reihe der gemittelten Rampenantwort $g_R(t, \vec{u}_p)$ bis zum quadratischen Glied dieselben Entwicklungskoeffizienten, wie für $g_R^{PO}(t, \vec{u}_p)$ ergeben.

Das verallgemeinerte Konzept der Rampenantwort kann nunmehr wie folgt zusammengefaßt werden:

Die Projektionen $\bar{Q}(t, \vec{u}_p)$ oder $\bar{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p)$ eines metallischen oder eines homogenen dielektrischen Objekts lassen sich aus Streudaten gewinnen, indem man die gemittelte Rampenantwort $g_R(t, \vec{u}_p)$ und die für die entgegengesetzte Richtung $-\vec{u}_p$ entsprechend Gl. (4.1) zusammensetzt. Die so erhaltene Rampenantwort $\tilde{g}_R(t, \vec{u}_p)$ steht mit den Projektionen nach Gln. (2.57) und (2.59) über

$$\tilde{g}_R(t, \vec{u}_p) \approx - \frac{\cos \frac{\phi}{2}}{c\sqrt{\pi}} \begin{cases} \bar{Q}(t, \vec{u}_p), & \text{für Metallobjekte} \\ \bar{Q}^{mBN}(t, \vec{u}_p), & \text{für homogene dielektrische Objekte} \end{cases} \quad (4.2)$$

in Zusammenhang.

Die gemittelten Rampenantworten $g_R(t, \vec{u}_p)$ erhält man, wie bereits erwähnt, wenn man mit zirkular polarisierten Wellen arbeitet. Transformiert man die für lineare Polarisation definierte Streumatrix nach Gl. (2.4) in ein System für zwei orthogonale zirkular polarisierte ebene Wellen, so erhält man [47]

$$\begin{pmatrix} E_{sL} \\ E_{sR} \end{pmatrix} = \frac{e^{-jkr}}{2\sqrt{\pi} \, r} \begin{pmatrix} \frac{(\rho_{11} + \rho_{22}) + j(\rho_{12} - \rho_{21})}{2} & \frac{(\rho_{11} - \rho_{22}) - j(\rho_{12} + \rho_{21})}{2} \\ \frac{(\rho_{11} - \rho_{22}) + j(\rho_{12} + \rho_{21})}{2} & \frac{(\rho_{11} + \rho_{22}) - j(\rho_{12} - \rho_{21})}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{iR} \\ E_{iL} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Für alle in dieser Arbeit betrachteten Modelle sind die für lineare Polarisation angegebenen Streumatrizen symmetrisch, d.h. $\rho_{12} = \rho_{21}$; daher verbleiben in Gl. (4.3) als Hauptdiagonalelemente die Mittelwerte der linear polarisierten,

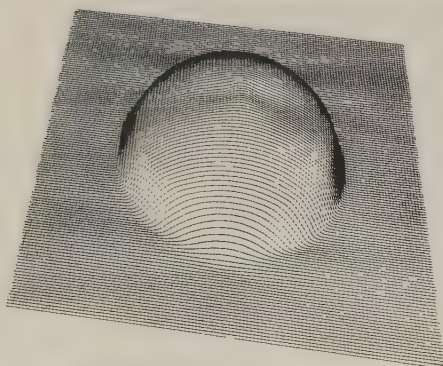
kopolaren Streuamplituden. Dieselbe Aussage gilt auch für transiente Signale. Sendet man z.B. eine recht zirkular polarisierte Welle rampenförmigen Zeitverlaufs auf ein Streuobjekt, so empfängt man das links zirkular polarisierte Streusignal, das mit der gemittelten Rampenantwort $g_R(t, \vec{u}_p)$ identisch ist.

4.2 Rekonstruktion eines Streukörpers aus multistatischen Streudaten

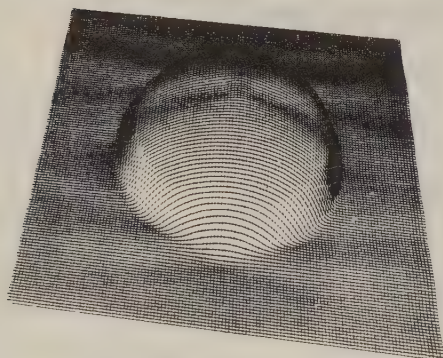
Im letzten Abschnitt wurde ein allgemeines Konzept zur Ermittlung der Projektion eines Streukörpers aus bistatischen Streudaten abgeleitet. Sind nun die Streudaten für viele Sende- und Empfangsrichtungen bekannt (multistatische Streudaten), so können damit auch die Projektionen für viele Raumrichtungen $\vec{u}_p$ angegeben werden, aus denen sich, wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben, die charakteristische Funktion des Streuobjekts bestimmen läßt.

Bei Streuobjekten mit einer Symmetrieebene genügt zur Rekonstruktion die Höhenfunktion entsprechend Gl. (2.26). In einem Beispiel wurde diese für metallische und dielektrische Kugeln aus exakt berechneten Streudaten ermittelt, wobei Sende- und Empfangsantenne in einer Symmetrieebene angenommen und die Empfangsrichtung bei konstanter Einfallrichtung in Schritten von 5° im Winkelbereich von 0° bis 360° geändert wurden. Die numerische Berechnung wurde über einen Faltungsalgorithmus durchgeführt [31], bei dem nicht alle Streudaten gleichzeitig im Rechner vorliegen müssen.

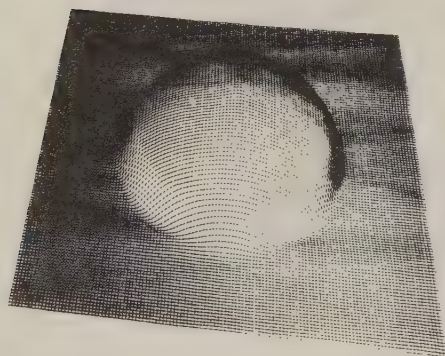
Die bei Anwendung des verallgemeinerten Konzepts der Rampenantwort ermittelten Höhenfunktionen sind in Bild 4.2 wiedergegeben. Bei zirkularer Polarisation der einfallenden Welle läßt sich also die Form des Streuobjekts recht gut rekonstruieren. Dieses ist hingegen kaum wiederzuerkennen, wenn man bei linearer Polarisation die kopolaren Rampenantworten $g_{R,11}(t, \vec{u}_p)$ oder $g_{R,22}(t, \vec{u}_p)$ verwendet (Bilder 4.3 und 4.4). Bei Messungen mit linearer Polarisation empfiehlt sich daher, diese in zwei zueinander orthogonalen Richtungen der Polarisation durchzuführen und das verallgemeinerte Konzept der Rampenantwort anzuwenden.



a) Metallkugel

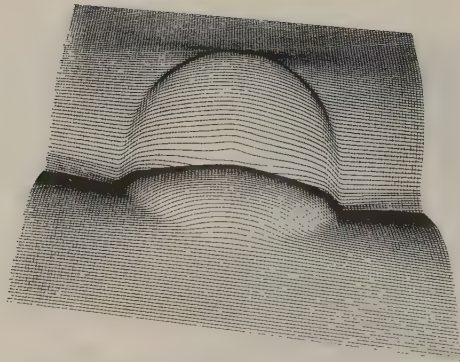


b) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 1.1$

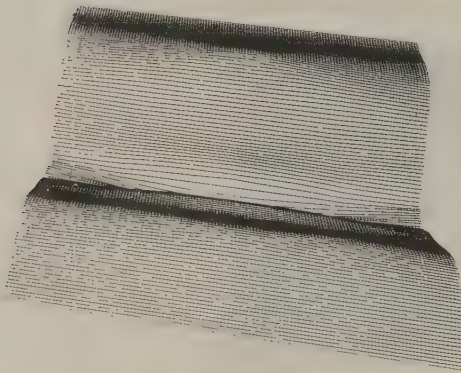


c) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 3.0$

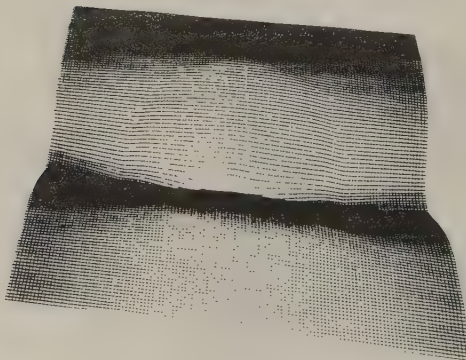
Bild 4.2: Höhenfunktionen von metallischen und dielektrischen Kugeln (Durchmesser 30 cm) aus exakt berechneten multistatischen Streudaten durch Anwendung des verallgemeinerten Konzepts der Rampenantwort ermittelt



a) Metallkugel

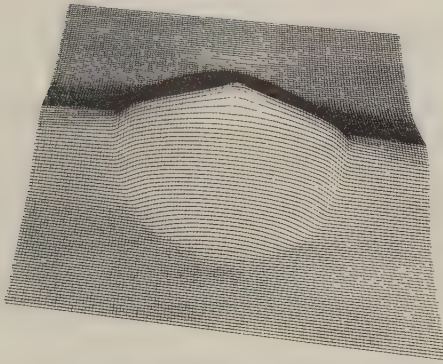


b) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 1.1$

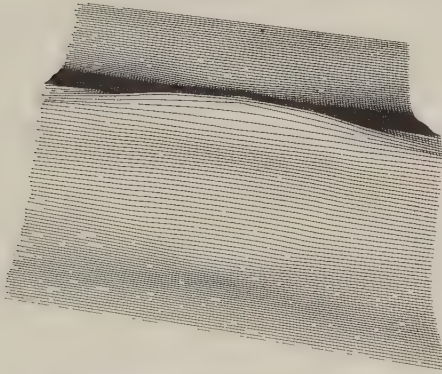


c) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 3.0$

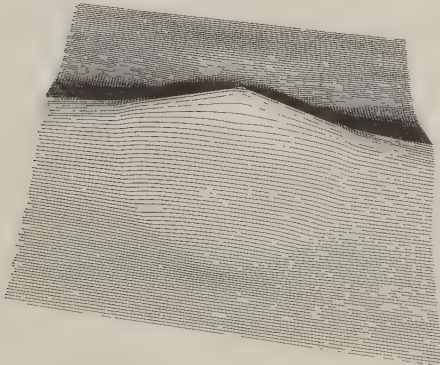
Bild 4.3: Höhenfunktion von metallischen und dielektrischen Kugeln, aus exakt berechneten multistatistischen Streudaten über die Rampenantworten $g_{R,11}(t, \vec{u}_p)$ ermittelt



a) Metallkugel



b) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 1.1$



c) dielektrische Kugel
 $\epsilon_D/\epsilon = 3.0$

Bild 4.4: Höhenfunktionen von metallischen und dielektrischen Kugeln, aus exakt berechneten multistatistischen Streudaten über die Rampenantworten $g_{R,22}(t, \vec{u}_p)$ ermittelt

4.3 Rekonstruktion von Oberflächen bei ortsfesten Antennen

Häufig ist bei praktischen Anwendungen die vollständige Rekonstruktion des Streukörpers, wie sie im letzten Abschnitt für Kugeln gezeigt wurde, nicht, sondern nur der Verlauf eines Teils der Oberfläche von Interesse. Im folgenden werden Anordnungen mit ortsfesten Antennen zur Rekonstruktion gekrümmter Oberflächen untersucht. Dabei können Informationen über die Geometrie der Oberfläche sowohl aus dem monostatischen als auch aus dem bistatischen Betrieb gewonnen werden, was anhand eines in Bild 4.5 skizzierten Beispiels erläutert werden soll. Drei

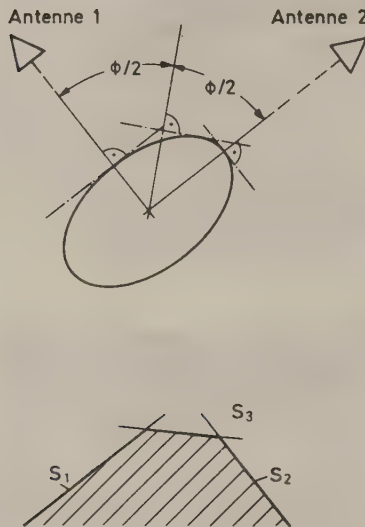


Bild 4.5: Meßanordnung mit zwei ortsfesten Antennen

- a) Lage der Antennen zum Streukörper
- b) Ermittelte ungefähre Form der Oberfläche

Messungen werden nacheinander durchgeführt: Zunächst wird Antenne 1, dann Antenne 2 monostatisch betrieben. Aus den empfangenen Signalen $f_1(t)$ und

$f_2(t)$ lassen sich zwar nicht die Orte der jeweiligen Spiegelpunkte ermitteln, wohl aber die Flächen S_1 und S_2 (Bild 4.5b), in denen diese liegen. Aufgrund der dritten Messung im bistatischen Betrieb beider Antennen läßt sich eine dritte Ebene S_3 angeben, in der der bistatische Spiegelpunkt liegt. Hierbei ist es aufgrund des Reziprozitätstheorems ohne Belang, welche der beiden Antennen als Sende- und welche als Empfangsantenne dient. Mit Hilfe der drei ermittelten Ebenen S_1 , S_2 und S_3 läßt sich ein Gebiet festlegen, in dem der Streukörper sich befindet (schraffierter Bereich in Bild 4.5b), wodurch die Form eines Teils der Oberfläche durch den Rand dieses Gebiets grob bestimmt ist.

Die Aussagekraft über den Verlauf der Streukörperoberfläche ist bei der skizzierten Antennenanordnung nicht besonders groß. Immerhin lassen sich aber Informationen aus drei Raumrichtungen (sog. Informationsrichtungen) gewinnen, obwohl lediglich zwei ortsfeste Antennen eingesetzt wurden. Benutzt man eine Anordnung mit N Antennen, so erhält man unter Hinzunahme aller möglichen bistatischen Messungen

$$I = \sum_{i=1}^N i = \frac{N}{2} (N+1) \quad (4.4)$$

Informationsrichtungen. Z.B. ergibt eine Anordnung mit $N = 6$ Antennen $I = 21$ Informationsrichtungen.

4.4 Ermittlung von Hauptkrümmungsradien und -richtungen metallischer Objekte

In diesem Abschnitt werden einige Möglichkeiten zur Ermittlung von Hauptkrümmungsradien und -richtungen metallischer Objekte aufgezeigt. Ausgangspunkt bildet die asymptotische Entwicklung der Streumatrix (3.42), die zur Vereinfachung in der Form

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} A + \frac{1}{jk} B M + \frac{1}{jk} B T & \frac{1}{jk} B S \\ \frac{1}{jk} B S & A + \frac{1}{jk} B M - \frac{1}{jk} B T \end{pmatrix} + O(k^{-2}) \quad , \quad (4.5)$$

mit

$$A = -\sqrt{\pi R_1 R_2} \quad , \quad (4.6a)$$

$$B = \frac{A}{2 \cos \frac{\phi}{2}} \quad , \quad (4.6b)$$

$$T = \frac{1}{\cos^2 \frac{\phi}{2}} \left[\frac{\cos^2 \alpha}{R_1} + \frac{\sin^2 \alpha}{R_2} \right] - \left[\frac{\sin^2 \alpha}{R_1} + \frac{\cos^2 \alpha}{R_2} \right] \quad , \quad (4.6c)$$

$$S = -\frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \frac{\phi}{2}} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (4.6d)$$

geschrieben wird. Die Krümmungsradien und die Lage der durch $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannten Ebene gegenüber der Hauptkrümmungsrichtung $\vec{u}_1$ (s. Bild 3.1, Winkel α) lassen sich aus geeigneten Kombinationen der Matrixelemente ermitteln. Dabei muß allerdings vorausgesetzt werden, daß sich der frequenzunabhängige Anteil A von dem frequenzabhängigen und der $1/jk$ -Term von denen höherer Ordnung $O(k^{-2})$ auch aus Meßdaten separieren lassen. Dies ist z.B. mit Hilfe eines später in Abschnitt 5.2 beschriebenen Verfahrens möglich. Die Berechnung von R_1 , R_2 und α erfordert die numerische Lösung des aus den Gln. (4.6a,c und d) bestehenden nichtlinearen Gleichungssystems.

Eine zusätzliche Gleichung zur Ermittlung von R_1 , R_2 und α läßt sich aus der sog. Eigenpolarisation [48] gewinnen, die man erhält, wenn die Sende- und Empfangspolarisation um einen geeigneten Winkel ψ so gedreht werden, daß die Streumatrix in Gl. (4.5) Diagonalform annimmt. Dazu muß bei der unitären Transformation $\mathbf{T}$ nach Gl. (3.25)

$$\tan 2\psi = \frac{\frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{\cos \frac{\phi}{2}} \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]}{\frac{1}{\cos^2 \frac{\phi}{2}} \left[\frac{\cos^2 \alpha}{R_1} + \frac{\sin^2 \alpha}{R_2} \right] - \left[\frac{\sin^2 \alpha}{R_1} + \frac{\cos^2 \alpha}{R_2} \right]} \quad (4.7)$$

sein [49].

Mit Gl. (4.7) lassen sich einige Sonderfälle diskutieren. Für den Fall $R_1 = R_2$ ist $\psi = 0$, d.h. daß die Streumatrix von Gl. (4.5) bereits Diagonalform hat, da keine Hauptkrümmungsrichtungen mehr existieren.

Im Fall $\alpha = n \frac{\pi}{2}$, $\forall n \in \mathbb{Z}$ liegt die von $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannte Ebene in einer Hauptschnittebene. Dann ist keine Drehung der Polarisation erforderlich; die Streumatrix besitzt bereits Diagonalform. Man kann also die Hauptkrümmungsrichtungen herausfinden, indem man die von $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannte Ebene dreht, bis die Streumatrix diagonal wird. Im monostatischen Fall ($\phi = 0$) folgt aus Gl. (4.7)

$$\tan 2\psi = \tan 2\alpha \quad (4.8)$$

und damit $\psi = \alpha$. Die Richtungen der Eigenpolarisationen sind dann identisch mit den Hauptkrümmungsrichtungen.

Schließlich sei darauf hingewiesen, daß die Ermittlung der Hauptkrümmungsradien bei bekanntem Winkel α eine erheblich einfachere Aufgabe darstellt, da hierzu nur ein lineares Gleichungssystem gelöst werden muß.

4.5 Brauchbarkeit der PO-Approximation für Streuprobleme

Aufgrund des in Kapitel 3 abgeleiteten verbesserten Modells zur Beschreibung der Streuung an ideal leitenden Objekten ergibt sich die Möglichkeit, die Brauchbarkeit der PO-Approximation zur Berechnung der Streuamplituden konvexer Körper zu diskutieren, was also nicht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem inversen Streuproblem steht.

Durch eine Betrachtung der PO-Näherung im Zeitbereich läßt sich zeigen, daß sich die Streuamplituden ρ_{ij}^{PO} in Gl. (2.6) im wesentlichen aus zwei Streubeiträgen, nämlich denen vom spekularen Punkt und denen von der Schattengrenze zusammensetzen. Da die von der Schattengrenze herrührenden Beiträge falsch sind [22], müssen sie, um die PO anwenden zu können, rechnerisch abgetrennt werden, so daß lediglich der Streubeitrag vom spekularen Punkt bleibt, der im folgenden diskutiert wird.

Ausgangspunkt dafür ist die Matrix (3.42) des verbesserten Modells, und, da die kreuzpolare Streuung durch die PO ohnehin nicht beschrieben werden kann, genügt die Betrachtung der kopolaren Streuamplituden. Eine obere Schranke für den Fehler der PO erhält man, wenn man den ungünstigsten Fall ("worst case") untersucht. Dieser tritt dann ein, wenn die von $\vec{k}_i$ und $\vec{k}_s$ aufgespannte Ebene parallel zu einer Hauptschnittebene liegt. Dabei werden ohne Einschränkung der Allgemeinheit $\alpha = 0$ und $R_2 > R_1$ (s. Bild 3.1) angenommen. Dann vereinfachen sich die kopolaren

Streuamplituden Gl. (3.42) zu

$$\rho_{11} = -\sqrt{\pi R_1 R_2} \left[1 + \frac{1}{jk} \frac{1}{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} \left(M_{(-)}^+ \frac{1}{R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}} - \frac{1}{R_2} \right) \right] + O(k^{-2}) \quad (4.9)$$

Dabei stellt der Term

$$K = \left[\frac{1}{R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}} - \frac{1}{R_2} \right] \quad (4.10)$$

den Korrekturterm zur PO dar. Er verschwindet im monostatischen Fall $\phi = 0$ bei gleichen Hauptkrümmungsradien ($R_1 = R_2$). Die PO liefert also bei rotationssymmetrischen Streukörpern in Achsrichtung für die ersten zwei Terme die richtigen Ergebnisse. Im allgemeinen hängt der Fehler im zweiten Term von $|K|/|M|$, dem Verhältnis des Korrekturterms zum PO-Anteil M ab. Dabei kann der Kehrwert von M - hier mit R_0 bezeichnet - als Abstand zum Mittelpunkt eines Anschmiegungs-ellipsoids gedeutet werden (s. Abschnitt 2.3.3). Der Verlauf von $|K|/|M|$ ist in Bild 4.6 in Abhängigkeit von $R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}$ mit $R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}/R_2$ als Parameter dargestellt.

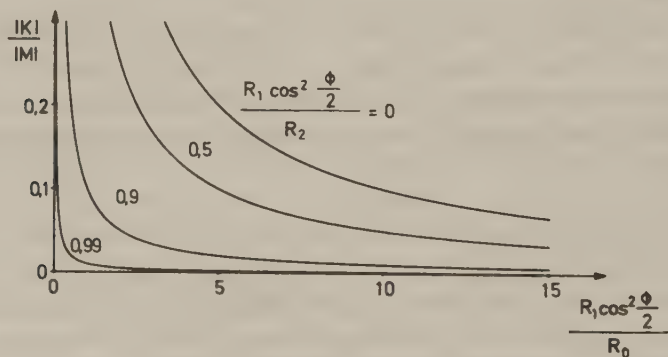


Bild 4.6: Verhältnis des $1/jk$ -Korrekturterms K zum $1/jk$ -Term M der PO-Approximation in Abhängigkeit von den Radien R_1 , R_2 , R_0 und dem bistatischen Winkel ϕ

Je weniger $R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}$ und R_2 voneinander abweichen, umso kleiner wird der Fehler, d.h. umso genauer wird die PO, und je kleiner R_0 im Verhältnis zu $R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}$ ist, umso mehr darf $R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}/R_2$ von 1 abweichen, um einen bestimmten Fehler nicht zu überschreiten.

Für zirkulare Polarisierung gilt die Streumatrix von Gl. (4.3). In diesem Fall heben sich die Korrekturterme zur PO auf. Damit werden im Fall zirkularer Polarisierung die ersten beiden Entwicklungsterme (frequenzunabhängiger Term und $1/jk$ -Term) für die kopolare Streuung durch die PO-Approximation vollständig beschrieben. Dieses Ergebnis wurde bei der Einführung des verallgemeinerten Konzepts der Rampenantwort in Abschnitt 4.1 bereits benutzt.

5. MESSTECHNISCHE PROBLEME

5.1 Meßverfahren zur Ermittlung der Streuamplituden in einem breiten Frequenzband

Bei der Messung von Streufeldern mit zeitharmonischen Signalen tritt eine Reihe systematischer Meßfehler auf. Als wichtigste Fehlerquellen seien das Übersprechen zwischen Sende- und Empfangsantenne, Mehrfachreflexionen zwischen der Antennenanordnung und dem Streukörper sowie Reflexionen aus der Umgebung genannt. Aus der Literatur sind verschiedene Methoden bekannt, mit deren Hilfe der eine oder andere Fehler eliminiert werden kann [50]. Die meisten Verfahren sind jedoch nur für relativ schmalbandige Messungen geeignet; viele lassen sich nur schwer automatisieren, und bei anderen müssen die Messungen in nichtreflektierender Umgebung, also im Freien oder in einem reflexionsarmen Raum durchgeführt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein System zur Messung von Streufeldern entwickelt, das die genannten Meßfehler eliminiert und die angesprochenen Nachteile nicht aufweist. Darüber hinaus kann dieses Meßsystem auch in der Antennenmeßtechnik bei reflektierender Umgebung [51] und zur Netzwerkanalyse [52] eingesetzt werden, was lediglich eine andere Verarbeitung der Meßdaten erfordert. Hierauf wird hier jedoch nicht weiter eingegangen.

Zunächst wird der Meßaufbau beschrieben, mit dem die komplexe Übertragungsfunktion zwischen der Sende- und Empfangsantenne in äquidistanten Frequenzabständen gemessen und abgespeichert wird. Sie ist zunächst noch mit den bereits erwähnten systembedingten Meßfehlern behaftet, die anschließend eliminiert werden. Dies gelingt unter Zuhilfenahme zweier zusätzlicher Meßreihen (Normierungsmessung, Raummessung) und einer teilweise im Frequenz- und Zeitbereich durchgeführten Verarbeitung der Meßdaten. Auf diese wird hier nur in analytischer Form eingegangen, da die im Zusammenhang mit der digitalen Signalverarbeitung stehenden Probleme die Erläuterung des Verarbeitungsprinzips unnötig erschweren.

5.1.1 Meßaufbau

Das Kernstück der Meßapparatur (s. Bild 5.1) bildet ein Mikrowellen-Netzwerkanalysator, dessen Empfindlichkeit durch rauscharme HF-Vorverstärker

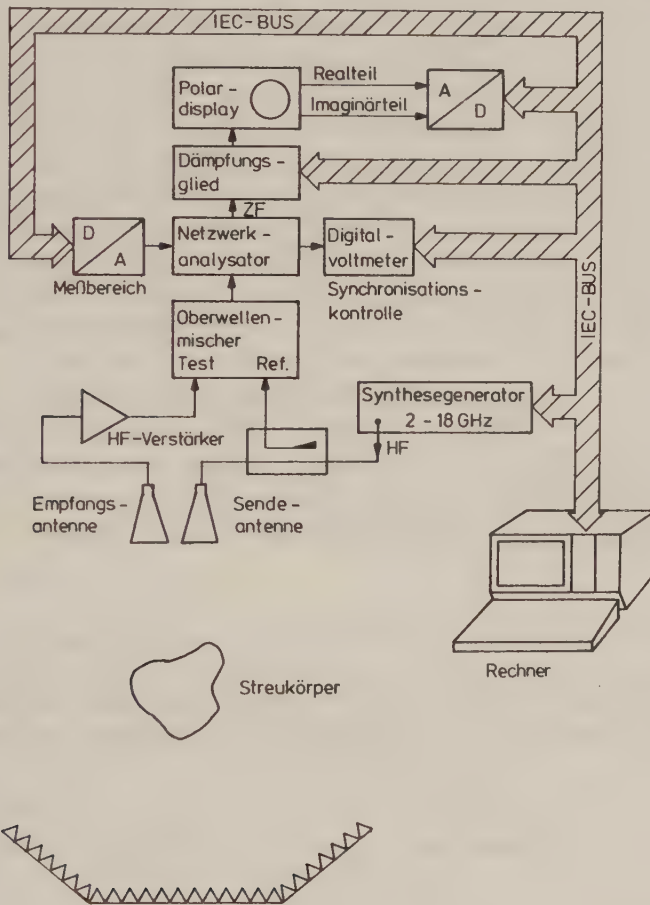


Bild 5.1: Blockschaltbild des Meßaufbaus

erhöht wurde. Als Signalquelle dient ein Synthesegenerator (2-18 GHz). Über einen in der Leitung zur Antenne liegenden Richtkoppler wird das Referenzsignal ausgekoppelt. Der Empfang des Streusignals erfolgt über eine zweite Antenne. Beide Antennen sind Steghohlleitungshörner, die unter den Breit-

bandantennen die geringste Dispersion aufweisen [53], was für die im nächsten Abschnitt beschriebene Signalverarbeitung von Vorteil ist. Als Meßergebnis wird bei jeder eingestellten Frequenz eine komplexe Zahl ermittelt, die aus dem Amplitudenverhältnis und der Phasendifferenz der Mikrowellensignale an Test- und Referenzkanal gebildet wird. Von dieser komplexen Zahl werden auf elektronischem Wege Real- und Imaginärteil gebildet, über einen AD-Wandler vom Rechner gelesen, gespeichert und verarbeitet. Der Rechner steuert darüber hinaus alle Meßgeräte und kontrolliert den gesamten Meßablauf. Weitere Geräte, die der Erhöhung des Meßkomforts dienen, z.B. ein kartesisches Display mit logarithmischer Skalierung für einen Test-Wobbelbetrieb, sind nicht dargestellt. Der beschriebene Meßaufbau kann in einem Frequenzband von 2 bis 12.4 GHz genutzt werden. Die Frequenzgrenzen sind durch die Antennen (2-15 GHz) und den HF-Vorverstärkern (2-12.4 GHz) bedingt. Die Frequenz-Genauigkeit der Apparatur wird durch den Synthesegenerator bestimmt und ist besser als 1 kHz. Die maximale Sendeleistung beträgt 5 dBm. Als Eigenrauschleistung des Empfangskanals wurden in Abhängigkeit der Frequenz Werte zwischen -102 bis -110 dBm ermittelt [54], so daß bei einem Empfangssignal von -90 dBm und einer Bandbreite von 100 Hz das Signal-Rausch-Verhältnis über 12 dB liegt. Der Dynamikbereich von 70 dB wird durch den Netzwerkanalysator festgelegt und kann aufgrund der Steuerung des Dämpfungsgliedes durch den Rechner voll ausgenutzt werden. Ca. 6 Frequenzpunkte können pro Sekunde durchlaufen werden.

5.1.2 Elimination der Meßfehler

Die wichtigsten bereits eingangs dieses Kapitels erwähnten Meßfehler sind in Bild 5.2 veranschaulicht. Das Streusignal des Meßobjekts als gewünschtes Meß-

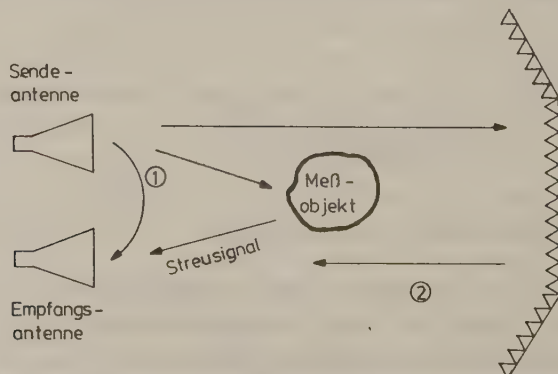


Bild 5.2: Zur Veranschaulichung der möglichen Meßfehler bei bistatischer Meßanordnung; (1) Antennenübersprechen; (2) Wandreflexionen

ergebnis soll durch eine Systemfunktion $H_M(j\omega)$ beschrieben werden. Das Antennenübersprechen kann insbesondere bei niedrigen Frequenzen (2 bis ca. 4 GHz) die Amplitude des Streusignals $|H_M(j\omega)|$ bei weitem übertreffen. Es wird durch eine Funktion $H_A(j\omega)$ charakterisiert. Das primäre Streusignal des Meßobjekts wird zum Teil an beiden Antennen und am Antennengerüst reflektiert, was zu sekundären Reflexionen am Streuobjekt führt. Die so zustande kommenden Mehrfachreflexionen werden durch $H_{Mm}(j\omega)$ gekennzeichnet. Das Sendesignal kann zudem noch an den Wänden und an anderen Gegenständen des Meßraums (Labortische, Meßgeräte, Schränke usw.) reflektiert werden, was durch $H_W(j\omega)$ beschrieben wird. Schließlich erfährt die Messung durch den Frequenzgang von Antennen und Verstärkern, durch Kabeldämpfung, Kopplerunschärfe, Reflexionen an Kabelsteckern usw. eine zusätzliche Verfälschung. Diese Einflüsse werden in einer Meßgeräte-Systemfunktion $H_S(j\omega)$ zusammengefaßt. Die Gesamtübertragungsfunktion der Meßanordnung hat somit die Form

$$H_{GM}(j\omega) = H_S(j\omega) [H_M(j\omega) + H_A(j\omega) + H_{Mm}(j\omega) + H_W(j\omega)] . \quad (5.1)$$

Das zugehörige Systemersatzschaltbild ist in Bild 5.3a) wiedergegeben. Um aus der gemessenen Funktion $H_{GM}(j\omega)$ die gesuchte Systemfunktion $H_M(j\omega)$ des Meßobjekts bestimmen zu können, sind zusätzlich eine Normierungsmessung und eine Raummessung erforderlich.

Bei der Normierungsmessung wird eine große ebene Metallplatte an die Stelle des Meßobjekts gebracht, so daß die Normierungs-Systemfunktion unabhängig von der Frequenz näherungsweise gleich -1 gesetzt werden könnte, wenn sie bei der Messung nicht durch die Geräte-Systemfunktion $H_S(j\omega)$, das Antennenübersprechen $H_A(j\omega)$ und durch Mehrfachreflexionen $H_{Nm}(j\omega)$ - sie entsprechen den Mehrfachreflexionen $H_{Mm}(j\omega)$ bei der Streuobjektmessung, sind aber von diesen zu unterscheiden - beeinflußt wird. Die gemessene Normierungsfunktion ist daher

$$H_{GN}(j\omega) = H_S(j\omega) [H_N(j\omega) + H_A(j\omega) + H_{Nm}(j\omega)] , \quad (5.2)$$

mit $H_N(j\omega) \approx -1$. Das zugehörige Ersatzschaltbild zeigt Bild 5.3b).

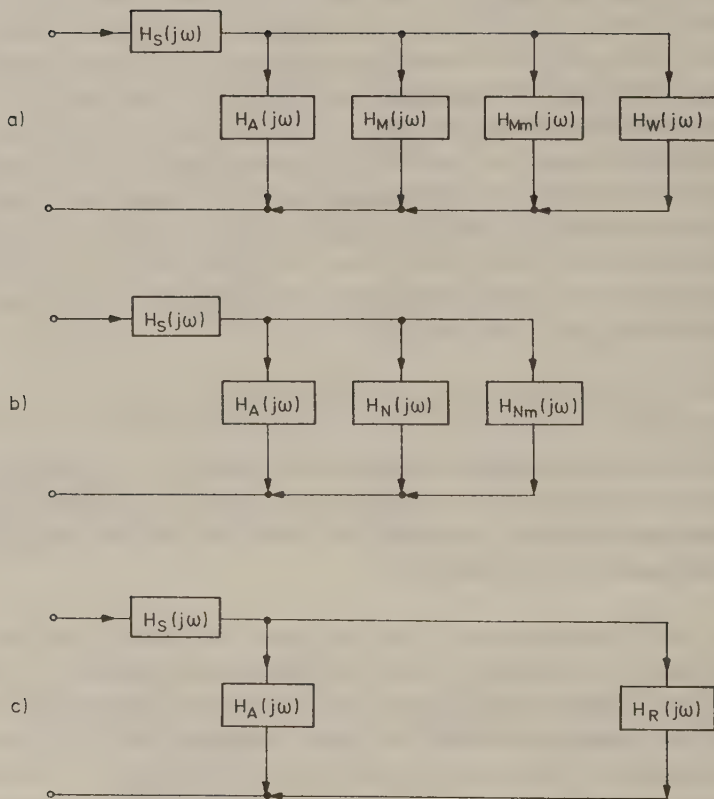


Bild 5.3: Systemersatzschaltbilder der erforderlichen Meßfunktionen:

- a) Streuobjektmessung
- b) Normierungsmessung
- c) Raummessung

Bei der Raummessung wird das Meßobjekt aus der Anordnung nach Bild 5.2 entfernt. Man erhält als gemessene Funktion

$$H_{GR}(j\omega) = H_S(j\omega) [H_A(j\omega) + H_R(j\omega)] \quad (5.3)$$

(Systemersatzschaltbild s. Bild 5.3c)), wobei $H_R(j\omega)$ die Streueigenschaft des Meßraumes beschreibt. $H_R(j\omega)$ unterscheidet sich von $H_W(j\omega)$ hauptsächlich durch Streuanteile, die bei vorhandenem Meßobjekt auf die Abschattung der Rückwand zurückzuführen sind.

Aus den gemessenen Funktionen $H_{GM}(j\omega)$, $H_{GN}(j\omega)$ und $H_{GR}(j\omega)$ läßt sich nun die gesuchte Funktion $H_M(j\omega)$ des Streuobjekts ermitteln, wozu fünf Verarbeitungsschritte, die teilweise im Frequenz- und teilweise im Zeitbereich ausgeführt werden, erforderlich sind:

1. Schritt:

Sowohl von der gemessenen Objektfunktion $H_{GM}(j\omega)$ als auch von der gemessenen Normierungsfunktion $H_{GN}(j\omega)$ wird die gemessene Raumsfunktion $H_{GR}(j\omega)$ subtrahiert. Man erhält dann zwei neue Systemfunktionen

$$H_{M1}(j\omega) = H_{GM}(j\omega) - H_{GR}(j\omega) = H_S(j\omega) [H_M(j\omega) + H_{Mm}(j\omega) + H_W(j\omega) - H_R(j\omega)] \quad (5.4)$$

und

$$H_{N1}(j\omega) = H_{GN}(j\omega) - H_{GR}(j\omega) = H_S(j\omega) [H_N(j\omega) + H_{Nm}(j\omega) - H_R(j\omega)] \quad (5.5)$$

so daß also der Einfluß des Antennenübersprechens $H_A(j\omega)$ eliminiert ist.

2. Schritt:

Die Funktionen nach Gln. (5.4) und (5.5) werden mit Hilfe einer inversen Fourier-Transformation $\mathcal{F}^{-1}$ in den Zeitbereich transformiert. Dadurch ergeben sich die Impulsantworten über die Faltungsoperationen

$$h_{M1}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{H_{M1}(j\omega)\} = h_S(t) * h_M(t) + h_S(t) * [h_{Mm}(t) + h_W(t) - h_R(t)] \quad (5.6)$$

und

$$h_{N1}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{H_{N1}(j\omega)\} = h_S(t) * h_N(t) + h_S(t) * [h_{Nm}(t) - h_R(t)] \quad (5.7)$$

3. Schritt:

Die jeweils zweiten Summanden auf der rechten Seite von Gln. (5.6) und (5.7) beschreiben Signale, die zeitlich sehr viel später am Empfänger eintreffen als die zu den ersten Summanden gehörenden. Erstere können daher durch eine Zeitfensterung ausgeblendet werden, und es verbleiben die Signale

$$h_{M2}(t) = h_S(t) * h_M(t) \quad (5.8)$$

und

$$h_{N2}(t) = h_S(t) * h_N(t) . \quad (5.9)$$

4. Schritt:

Mit Hilfe der Fourier-Transformation $\mathcal{F}$ lassen sich die verbleibenden Terme (5.8) und (5.9) wieder in den Frequenzbereich transformieren, und man erhält

$$H_{M2}(j\omega) \mathcal{F}\{h_{M2}(t)\} = H_S(j\omega) H_M(j\omega) \quad (5.10)$$

und

$$H_{N2}(j\omega) \mathcal{F}\{h_{N2}(t)\} = H_S(j\omega) H_N(j\omega) . \quad (5.11)$$

5. Schritt:

Über

$$- \frac{H_{M2}(j\omega)}{H_{N2}(j\omega)} = - \frac{H_S(j\omega) H_M(j\omega)}{H_S(j\omega) H_N(j\omega)} \approx H_M(j\omega) \quad (5.12)$$

erhält man schließlich wegen $H_N(j\omega) \approx -1$ die gewünschte Funktion $H_M(j\omega)$ des Streuobjekts.

Die Genauigkeit des beschriebenen Verfahrens hängt von einer Reihe verschiedener Faktoren ab, wie z.B. von ausreichendem Abstand des Meßobjekts von den Antennen und zur Laborwand sowie vom Frequenzverhalten der zu eliminierenden Systemfunktionen $H_{Mn}(j\omega)$, $H_W(j\omega)$, $H_{Nn}(j\omega)$, $H_R(j\omega)$ und $H_S(j\omega)$. Die Dispersion des Antennenübersprechens $H_A(j\omega)$ spielt jedoch keine Rolle, da dieses im ersten Verarbeitungsschritt nahezu vollständig eliminiert wird.

5.1.3 Beispiel der Meßdatenverarbeitung

Die praktische Handhabung des im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Verfahrens soll am Beispiel des Streufeldes eines abgeplatteten metallischen

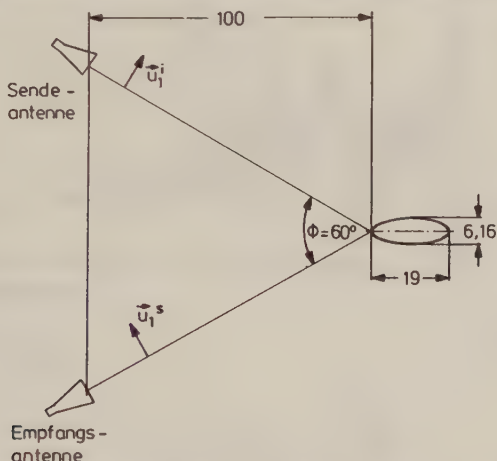


Bild 5.4: Bistatische Meßanordnung zur Ermittlung des Streufeldes eines abgeplatteten metallischen Rotationsellipsoids (Maßangaben in cm)

Rotationsellipsoids (Bild 5.4) erläutert werden. Sende- und Empfangspolarisation wurden so gewählt (s. Bild 5.4), daß am Streuobjekt Kriechwellen mit maximaler Amplitude auftreten. Bild 5.5a) zeigt den Betrag der mit dieser Anordnung gemessenen Funktion $H_{GM}(f)$ des Streuobjekts. Die Beträge von Normierungs- und Raumfunktion sind in Bild 5.5b) bzw. 5.5c) dargestellt.

Die gemessenen Streuobjektfunktionen $H_{GM}(f)$ (Bild 5.5a)) läßt sich nach einer Transformation in den Zeitbereich anschaulich interpretieren. In Bild 5.6 ist der Betrag des sich ergebenden komplexen Zeitsignals dargestellt, dessen Verlauf als verallgemeinerte Einhüllende eines Bandpass-Signals angesehen werden kann [55]. Der Impuls unmittelbar neben dem Zeitnullpunkt rührt von der Streuung am Meßobjekt her. Der zu früheren Zeiten ($t \approx -3$ nsec) auftretende Impuls wird durch das Antennenübersprechen verursacht, und die zu den Zeiten für $t > 10$ nsec auftretenden Signalanteile haben mit Reflexionen aus dem Meßraum zu tun. Der durch das Antennenübersprechen verursachte Impuls ist erheblich größer als der vom Streuobjekt herrührende und verfälscht die Messung wesentlich, was im Frequenzbereich nicht unmittelbar zu erkennen ist. Eine einfache Zeitfensterung

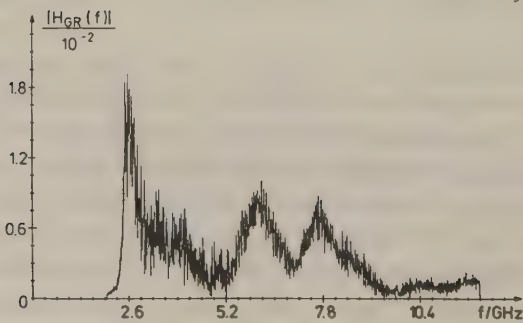
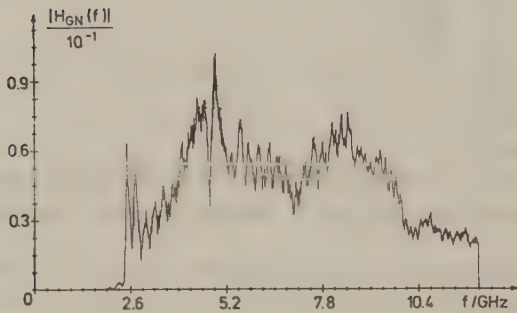
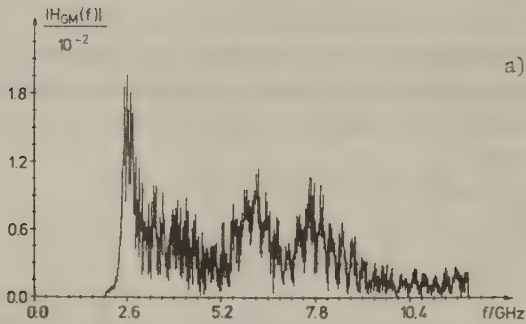


Bild 5.5: Beträge der Meßfunktionen in Abhängigkeit von der Frequenz

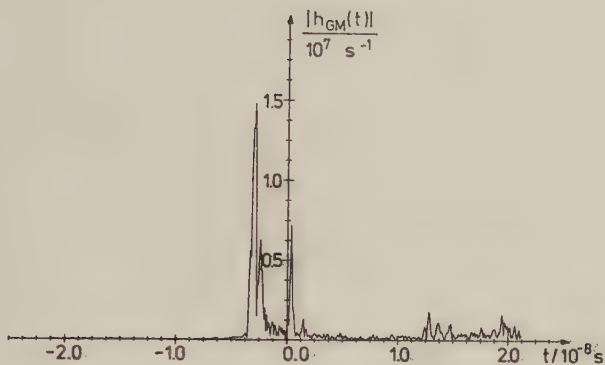


Bild 5.6: Betrag der aus der Streuobjektmessung berechneten komplexen Impulsantwort

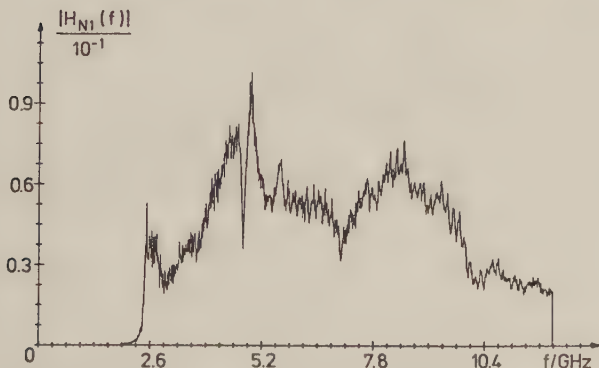
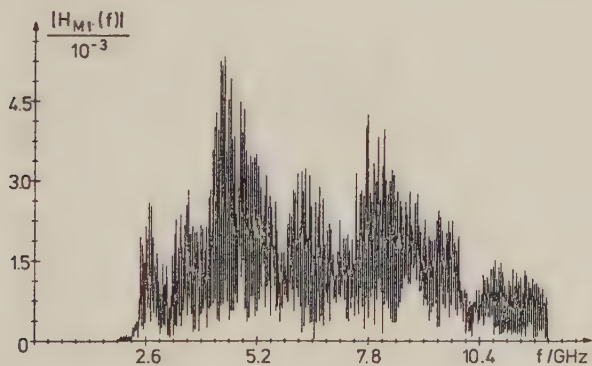


Bild 5.7: Betrag der nach dem 1. Verarbeitungsschritt berechneten Systemfunktionen $H_{M1}(f)$ und $H_{N1}(f)$

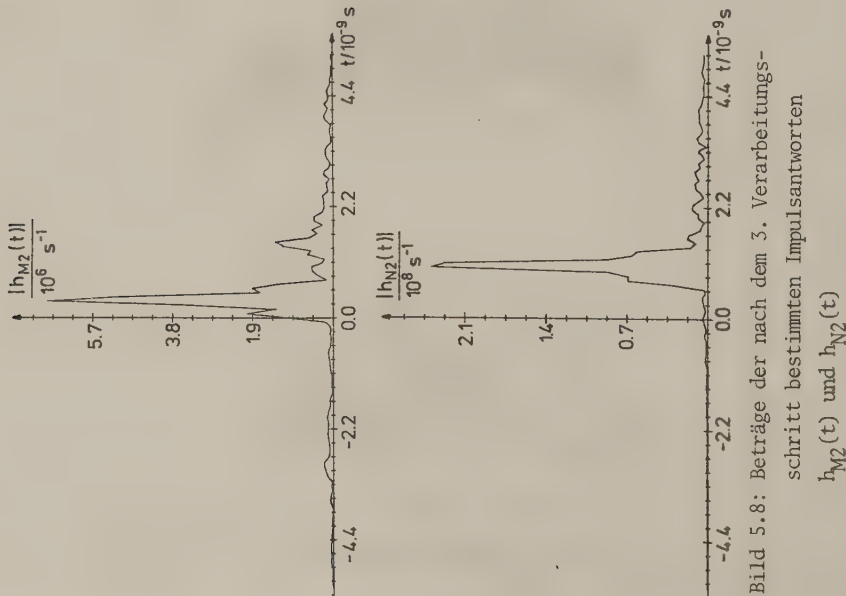


Bild 5.8: Beträge der nach dem 3. Verarbeitungsschritt bestimmten Impulsantworten $h_{M2}(t)$ und $h_{N2}(t)$

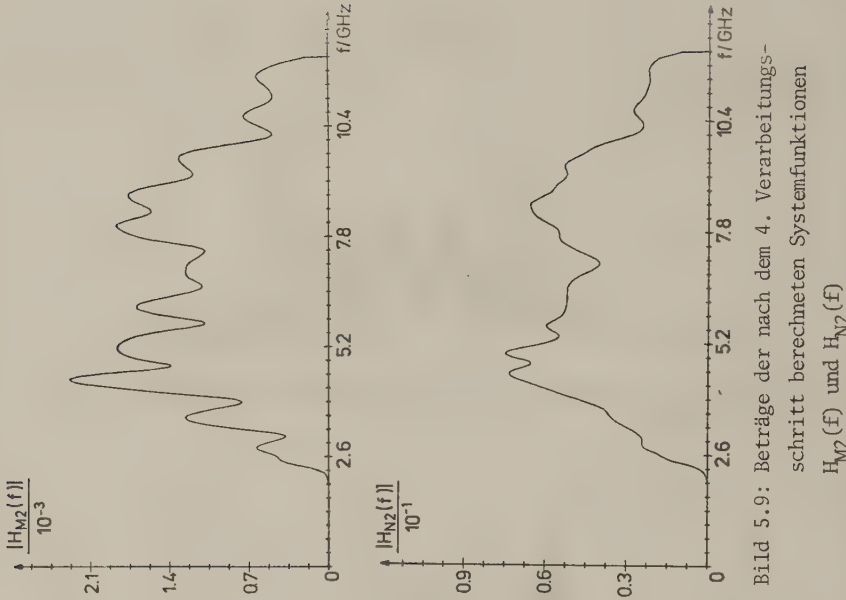


Bild 5.9: Beträge der nach dem 4. Verarbeitungsschritt berechneten Systemfunktionen $H_{M2}(f)$ und $H_{N2}(f)$

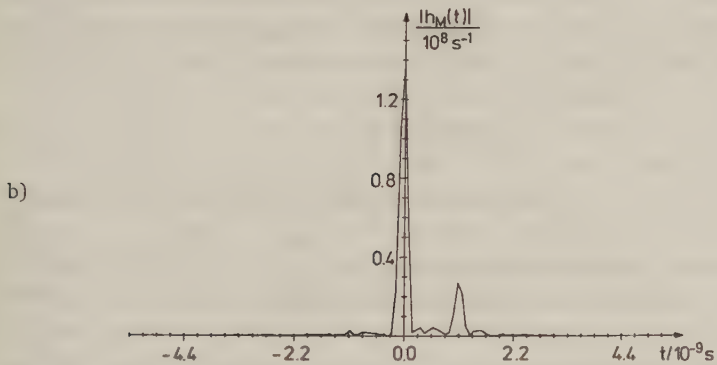
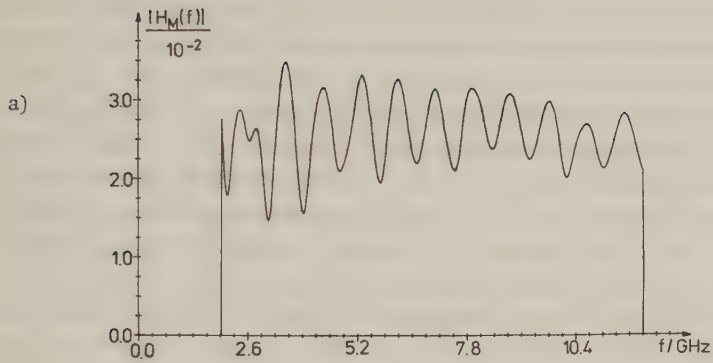


Bild 5.10: Betrag der Systemfunktion des Rotationsellipsoids nach Bild 5.4
a) in Abhängigkeit von der Frequenz nach Elimination der Meßfehler
(5. Schritt)
b) in Abhängigkeit der Zeit

zur Elimination des Antennenübersprechens läßt sich nicht anwenden, da beide Impulse ineinanderlaufen.

Die in den einzelnen, im vorigen Abschnitt erläuterten Verarbeitungsschritten ermittelten Systemfunktionen sind dem Betrage nach in den Bildern 5.7 bis 5.10a) dargestellt. Die im fünften Schritt als Ergebnis der Verarbeitung erhaltene Systemfunktion des Meßobjekts (Bild 5.10a)) läßt sich wiederum im Zeitbereich gut interpretieren (Bild 5.10b)). Die beiden Impulse sind der spekularen Reflexion (bei $t = 0$) und der um das Ellipsoid herumlaufenden Kriechwelle (bei $t \approx 1$ nsec) zuzuordnen. Beide Wellen interferieren miteinander und ergeben im Frequenzbereich den für einen dreidimensionalen, konvex gekrümmten Körper typischen Verlauf der Streuamplitude. Der Mittelwert entspricht der spekularen Reflexion, die Oszillationen den Interferenzen mit der Kriechwelle.

Die Bestimmung des absoluten Amplitudenwerts von ρ ist nur durch Vergleich mit einem Referenzobjekt, z.B. einer Kugel mit bekanntem Radius möglich. Näherungsweise läßt sich der Betrag der Streuamplitude über

$$|\rho| \approx |H_M| \sqrt{\pi} \frac{r^2}{L} \quad (5.13)$$

abschätzen [56], wobei r den gleichen Abstand der Antennen zum spekularen Punkt des Streuobjekts und L der Abstand zum spekularen Punkt der Referenzebene bedeuten. Bei einem mittleren Wert von $|H_M| \approx 2.7 \cdot 10^{-2}$ aus Bild 5.10a) und $r = L = 1.15$ m erhält man für den Radarquerschnitt $\sigma = |\rho|^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Weitere Anwendungsbeispiele des hier beschriebenen Verfahrens zur Elimination der systematischen Meßfehler sind in [56] zu finden.

5.2 Ein Verfahren zur Ermittlung der Koeffizienten einer asymptotischen $1/\omega$ -Entwicklung aus bandbegrenzten Streudaten

Bei der meßtechnischen Erfassung der Streuamplituden steht nur ein begrenztes Frequenzband zur Verfügung. Zu niedrigen Frequenzen hin geht die Streuamplitude gegen Null (Rayleigh-Streuung), so daß eine Messung mit genügendem Signal-Rauschverhältnis nur oberhalb einer bestimmten Frequenz möglich ist. Zu hohen Frequenzen hin wird eine Grenze durch den technischen Aufwand gesetzt. Abgesehen von sehr speziellen Fällen [57] ist somit die **M e s s u n g** der Rampenantwort, wie sie zur Rekonstruktion von Streuobjekten erforderlich ist, praktisch nicht möglich.

Setzt man voraus, daß sich die Streuung durch eine asymptotische $1/\omega$ -Entwicklung beschreiben läßt, dann können die Koeffizienten dieser Entwicklung aus bandbegrenzten Streudaten bestimmt werden. Da sie mit denen der Taylor-Entwicklung der Rampenantwort nach Gl. (2.64) übereinstimmen, läßt sich diese aus bandbegrenzten Streudaten rekonstruieren. Bei konvexen Körpern, wie Kugeln, Zylindern und Ellipsoiden reicht schon die Kenntnis der Koeffizienten nullter und erster Ordnung für eine vollständige Ermittlung der Rampenantwort aus. Auch die Hauptkrümmungsradien und -richtungen im spekularen Punkt eines Streuobjekts lassen sich nach den Ausführungen zu Abschnitt 4.4 aus der Kenntnis der beiden ersten Entwicklungsterme angeben.

Das Verfahren zur Ermittlung der Koeffizienten erfolgt in zwei Schritten. Im ersten wird ein Orthogonalfilter synthetisiert, aus dessen Ausgangssignalen zu einem bestimmten Zeitpunkt sich die Koeffizienten ermitteln lassen. Dieser Zeitpunkt wird im zweiten Schritt mit Hilfe einer Momentenentwicklung der Filterausgangssignale sehr genau bestimmt.

5.2.1 Synthese des Orthogonalfilters

Mit Hilfe des Orthogonalfilters sollen die Koeffizienten der Entwicklung

$$F(j\omega) = \sum_{m=0}^N \frac{A_m}{(j\omega)^m} \quad (5.14)$$

bestimmt werden, wenn $F(j\omega)$ nur in einem Frequenzband $\Omega = \{\omega | f_0 - \Delta f/2 \leq \omega/2\pi \leq f_0 + \Delta f/2\}$ bekannt ist, wobei f_0 die Mittenfrequenz und Δf die Bandbreite des Frequenzbands bedeuten. N bezeichnet die Ordnung des Terms, der gerade noch meßbar ist.

Das gemessene Spektrum $F(j\omega)$ muß bei der Verarbeitung in den Zeitbereich transformiert werden. Vorher wird es mit einer Gewichtsfunktion ("Window") multipliziert, um sog. Überlappungsfehler ("Aliasing"), die von den Frequenzbandgrenzen herrühren können, zu verringern [58]. Man erhält dann

$$F_W(j\omega) = F(j\omega) W(j\omega) = \sum_{m=0}^N F_m(j\omega), \quad (5.15)$$

mit

$$F_m(j\omega) = A_m \frac{W(j\omega)}{(j\omega)^m}. \quad (5.16)$$

Die Einführung orthogonaler Filterfunktionen $H_m(j\omega)$ erfolgt über das Skalarprodukt

$$\langle H_m(j\omega), H_n(j\omega) \rangle = \int_{\Omega} H_m^*(j\omega) H_n(j\omega) d\omega = \begin{cases} 2\pi K_m, & m=n \\ 0, & m \neq n \end{cases}, \quad (5.17)$$

wobei

$$2\pi K_m = \|H_m(j\omega)\|^2 \quad (5.18)$$

das Quadrat der Norm von H_m ist. Die Filterfunktionen $H_m(j\omega)$ lassen sich über einen Schmidt-Prozeß [59] aus

$$\hat{F}_W(j\omega) = \sum_{m=0}^N \hat{A}_m \frac{W(j\omega)}{(j\omega)^m} = \sum_{m=0}^N \hat{F}_m(j\omega) \quad (5.19)$$

entwickeln, wobei sich $\hat{F}_W(j\omega)$ von $F_W(j\omega)$ in Gl. (5.15) durch beliebig gewählte und daher bekannte Koeffizienten $\hat{A}_m$ unterscheidet. Der Schmidt-Prozeß wird bei

der Ordnung N begonnen und rückwärts bis zur Ordnung 0 durchgeführt:

$$H_N(j\omega) = \hat{F}_N(j\omega)$$

$$H_{N-1}(j\omega) = \hat{F}_{N-1}(j\omega) - c_{N-1,N} H_N(j\omega)$$

$$H_m(j\omega) = \hat{F}_m(j\omega) - \sum_{n=m+1}^N c_{m,n} H_n(j\omega) \quad (5.20)$$

$$H_0(j\omega) = \hat{F}_0(j\omega) - \sum_{n=1}^N c_{0,n} H_n(j\omega) .$$

Die Filterfunktionen $H_m(j\omega)$ sind alle orthogonal zueinander, und die Konstanten $c_{m,n}$ ergeben sich daher aus der Orthogonalitätsrelation Gl. (5.17)

$$c_{m,n} = \begin{cases} \frac{\langle H_n, \hat{F}_m \rangle}{\|H_n\|^2} , & m+n \text{ gerade} \\ 0 , & m+n \text{ ungerade} . \end{cases} \quad (5.21)$$

In Bild 5.11 ist das mit Hilfe der orthogonalen Filterfunktionen $H_m(j\omega)$ zu realisierende Orthogonalfilter im Blockschaltbild dargestellt. Seine Funktions-

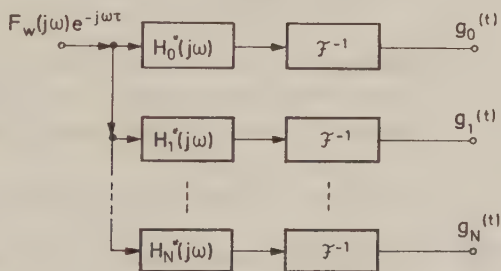


Bild 5.11: Blockschaltbild des Orthogonalfilters zur Ermittlung der Koeffizienten einer asymptotischen $1/\omega$ -Entwicklung

weise läßt sich am einfachsten verstehen, indem man das Ausgangssignal $g_m(t)$ am m -ten Filterzweig berechnet. Dazu wird angenommen, daß am Eingang des Filters das mit $\exp(-j\omega\tau)$ multiplizierte gewichtete Spektrum $F_w(j\omega)$ anliegt, wobei τ die unbekannte zeitliche Verschiebung der Reflexion am spekularen Punkt

gegenüber einer Referenzebene ist. Man erhält für

$$\begin{aligned} g_m(t) &= \mathcal{F}^{-1} \{ H_m^*(j\omega) F_W(j\omega) e^{-j\omega\tau} \} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} H_m^*(j\omega) F_W(j\omega) e^{-j\omega\tau} e^{j\omega t} d\omega . \end{aligned} \quad (5.22)$$

Für den Zeitpunkt $t = \tau$ ist Gl. (5.22) identisch mit dem Skalarprodukt in Gl. (5.17), also

$$g_m(t = \tau) = \frac{1}{2\pi} \langle H_m, F_W \rangle , \quad (5.23)$$

und mit Gl. (5.15) folgt

$$g_m(t = \tau) = \frac{1}{2\pi} \langle H_m, \sum_{n=0}^N F_n \rangle = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^N \langle H_m, F_n \rangle . \quad (5.24)$$

Weiterhin ergibt sich mit Gln. (5.20), (5.15) und (5.19)

$$\begin{aligned} g_m(t = \tau) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^N \langle H_m, \frac{A_n}{\hat{A}_n} [H_n + \sum_{k=n+1}^N c_{n,k} H_k] \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{A_0}{\hat{A}_0} c_{0,m} \langle H_m, H_m \rangle + \frac{A_1}{\hat{A}_1} c_{1,m} \langle H_m, H_m \rangle \right. \\ &\quad \left. + \dots + \frac{A_m}{\hat{A}_m} \langle H_m, H_m \rangle \right] . \end{aligned} \quad (5.25)$$

Bei Berücksichtigung von Gl. (5.17) folgt schließlich

$$g_m(t = \tau) = K_m \left[\frac{A_m}{\hat{A}_m} + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{A_n}{\hat{A}_n} c_{n,m} \right] . \quad (5.26)$$

Am 0-ten Filterausgang erhält man daher zum Zeitpunkt $t = \tau$

$$g_0(t = \tau) = K_0 \frac{A_0}{\hat{A}_0} , \quad (5.27)$$

am 1-ten Filterausgang

$$g_1(t = \tau) = K_1 \left[\frac{A_1}{\hat{A}_1} + \frac{A_0}{\hat{A}_0} c_{0,1} \right] , \quad (5.28)$$

usw. Das Filter wurde so konzipiert, daß der größte Streubeitrag, der vom Term nullter Ordnung A_0 erwartet wird, unmittelbar zur Verfügung steht (Erklärung für den Rückwärts-Schmidt-Prozeß). Mit der Kenntnis von A_0 läßt sich dann A_1 bestimmen usw. Für $N \rightarrow \infty$ und bei Kenntnis des Zeitpunkts $t = \tau$ können mit Hilfe des Orthogonalfilters die Koeffizienten A_m aus einem bandbegrenzten Streusignal exakt bestimmt werden. Da die Koeffizienten A_m mit wachsender Ordnung m kleiner werden, kann bei der praktischen Durchführung des Verhaltens von einer endlichen Ordnung N ausgegangen werden, die vom Frequenzintervall Ω und von den Hauptkrümmungsradien des Streuobjekts abhängt. Die Bandbreite des Streusignals muß dabei so groß sein, daß andere Streubeiträge als die nach Gl. (5.14) vorausgesetzten von diesen zeitlich getrennt werden können, sich also zum Zeitpunkt $t = \tau$ an den Filterausgängen nicht bemerkbar machen. Zur Reduzierung eines daraus möglicherweise resultierenden Fehlers kann die Gewichtsfunktion in Gl. (5.15) geeignet gewählt werden.

Mit Hilfe der Gewichtsfunktion kann auch das Signal-Rausch-Verhältnis $(\sqrt{P_S/P_N})_m$ am m -ten Filter zum Zeitpunkt $t = \tau$ optimiert werden. Es wird definiert [60] durch

$$\sqrt{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_m} = \frac{|g_m(t=\tau)|}{\sqrt{E\{|g_m^N(t=\tau)|^2\}}}, \quad (5.29)$$

wobei $E\{|g_m^N(t=\tau)|^2\}$ die am m -ten Filterausgang erwartete Rauschleistung bedeutet. Setzt man stationäres weißes Rauschen mit der Spektralleistungsdichte S_N voraus, so erhält man für den Erwartungswert

$$E\{|g_m^N(t=\tau)|^2\} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} S_N |W(j\omega)|^2 |H_m(j\omega)|^2 d\omega, \quad (5.30)$$

so daß sich für das Signal-Rausch-Verhältnis unter Berücksichtigung von Gl.(5.26)

$$\sqrt{\left(\frac{P_S}{P_N}\right)_m} = \frac{\int_{\Omega} |H_m|^2 d\omega}{\sqrt{\int_{\Omega} |W|^2 |H_m|^2 d\omega}} \cdot \frac{\left[\frac{\hat{A}_m}{\hat{A}_m} + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_n} c_{n,m}\right]}{\sqrt{2\pi S_N}} \quad (5.31)$$

ergibt. Danach ist die einzige noch frei wählbare Größe zur Optimierung von $\sqrt{(P_S/P_N)_m}$ die Gewichtsfunktion $W(j\omega)$. In dem Spezialfall, in dem die Gewichtsfunktion $W(j\omega)$ konstant und $N = 0$ sind, wird aus dem Orthogonalfilter ein Matched-Filter [60].

5.2.2 Momentenentwicklung der Filterausgangssignale

Die Koeffizienten A_m der Entwicklung (5.14) lassen sich, wie im letzten Abschnitt beschrieben, nur bei genauer Kenntnis des Zeitpunkts $t = \tau$ ermitteln. Im folgenden wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe eine sehr genaue Bestimmung dieses Zeitpunkts möglich ist, was einer sehr präzisen Entfernungsmessung zum spekularen Punkt des Streukörpers entspricht.

Setzt man voraus, daß in Gl. (3.42) der frequenzunabhängige Term $A_0 = -\sqrt{\pi R_1 R_2}$ den Hauptbeitrag der spekularen Reflexion ausmacht, dann kann das Maximum $g_0(t = t_m)$ des nullten Filterausgangssignals zur ungefähren Bestimmung von $\tau \approx t_m$ herangezogen werden. Nur wenn die Streuung frequenzunabhängig wäre ($A_m = 0$ für $m > 0$, s. Gl. (5.14)) würde $\tau = t_m$ gelten. Diesen Fall einer ebenen Grenzfläche kann man praktisch ausschließen, so daß $g_0(t)$ für alle Zeitpunkte $t \neq \tau$ auch von den Koeffizienten A_m , ($m > 0$) abhängt, was zu einer Verschiebung des Maximums führt (s. Bild 5.12). Nach Gln. (5.22) und (5.15) läßt sich $g_0(t)$ aufgrund der Linearität des Orthogonalfilters als

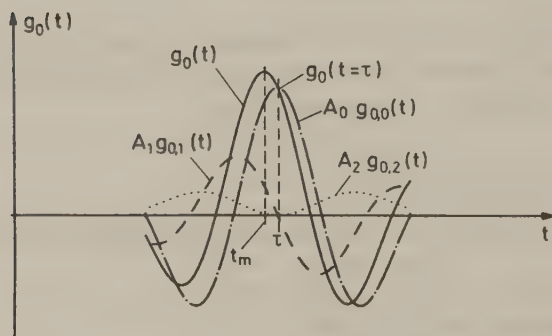


Bild 5.12: Verschiebung des Maximums von $g_0(t)$

Summe über Funktionen $g_{0,m}(t)$, also

$$g_0(t) = \sum_{m=0}^N A_m g_{0,m}(t) \quad (5.32)$$

darstellen, die nach Gl. (5.27) alle mit Ausnahme von $g_{0,0}(t)$ zum Zeitpunkt $t = \tau$ durch Null gehen. Die Verschiebung des Maximums hängt, wie weiter unten gezeigt wird, vorwiegend von der Bandmittenfrequenz f ab und kann bei Mittenfrequenzen von einigen GHz durchaus bis zu $200 \cdot 10^{-12}$ s groß werden, was einem Entfernungsfehler von $\Delta s = c|t_m - \tau|/2 = 3$ cm entspricht. Dies ist zur Ermittlung der Entwicklungskoeffizienten nicht genau genug.

Theoretisch läßt sich der zeitliche Abstand $|t_m - \tau|$ beliebig genau mit Hilfe der "analytischen Einhüllenden" [55] bestimmen. Zur Vereinfachung der Darstellung wird im weiteren eine neue Zeitachse $t' = t - \tau$ eingeführt. Die analytische Einhüllende

$$z(t') = x(t') + jy(t') \quad (5.33)$$

des zeitlich verschobenen Filterausgangssignals $\tilde{g}_0(t')$ ist definiert durch

$$\tilde{g}_0(t') = \operatorname{Re}\{z(t') e^{j\omega_T t'}\}, \quad (5.34)$$

wobei $\exp(j\omega_T t')$ ein Trägersignal einer beliebig wählbaren Frequenz $\omega_T > 0$ ist. Man kann ω_T so wählen, daß $z(t')$ sich um den Zeitpunkt $t' = 0$ herum zeitlich möglichst langsam verändert und somit durch eine schnell konvergierende McLaurin-Reihe darstellbar ist. Aus dem einseitigen Spektrum

$$\tilde{G}_0(j\omega) = \begin{cases} 2 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_0(t') e^{-j\omega t'} dt', & \forall \omega > 0 \\ 0, & \forall \omega \leq 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

von $\tilde{g}_0(t')$ läßt sich für das analytische Signal Gl. (5.33) mit Hilfe des Verschiebungssatzes das Spektrum

$$Z(j\omega) = X(j\omega) + jY(j\omega) = \tilde{G}_0(j\omega + j\omega_T) \quad (5.36)$$

angeben, woraus für den Real- und Imaginärteil von $z(t')$

$$x(t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [X(j\omega) \cos \omega t' - Y(j\omega) \sin \omega t'] d\omega, \quad (5.37a)$$

$$y(t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [X(j\omega) \sin \omega t' + Y(j\omega) \cos \omega t'] d\omega \quad (5.37b)$$

folgen. Da $Z(j\omega)$ das Spektrum eines bandbegrenzten Signals ist, existiert eine McLaurin-Reihe (Momentenentwicklung), die man durch Entwicklung der sin- und cos-Funktionen in Gln. (5.37a,b) in Taylor-Reihen erhält:

$$z(t') = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} [M_n^x + jM_n^y] \frac{(t')^n}{n!} . \quad (5.38)$$

Dabei ergeben sich die Momente aus

$$M_n^x = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) (j\omega)^n d\omega , & n = 0, 2, 4, \dots \\ j \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) (j\omega)^n d\omega , & n = 1, 3, 5, \dots , \end{cases} \quad (5.39a)$$

$$M_n^y = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) (j\omega)^n d\omega , & n = 0, 2, 4, \dots \\ -j \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) (j\omega)^n d\omega , & n = 1, 3, 5, \dots . \end{cases} \quad (5.39b)$$

Andererseits können die Momente auch als Linearkombinationen der Entwicklungskoeffizienten A_m

$$M_n^x = \sum_{m=0}^N a_{n,m}^x A_m , \quad (5.40a)$$

$$M_n^y = \sum_{m=0}^N a_{n,m}^y A_m \quad (5.40b)$$

dargestellt werden. Die Koeffizienten $a_{n,m}^x$ und $a_{n,m}^y$ sind für die Filterfunktion $H_0^*(j\omega)$ charakteristisch und lassen sich numerisch berechnen (s. Anhang 8.6). Mit Gln. (5.34), (5.38) und (5.40) kann das Filterausgangssignal in der Form

$$\tilde{g}_0(t') = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^N a_{n,m}^x A_m \frac{(t')^n}{n!} \cos \omega_1 t' - \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^N a_{n,m}^y A_m \frac{(t')^n}{n!} \sin \omega_1 t' \quad (5.41)$$

geschrieben werden. Die Lage des Maximums von $\tilde{g}_0(t')$ ergibt sich aus der Bedingung

$$\left. \frac{d}{dt'} \tilde{g}_0(t') \right|_{t'=t'_m} = 0 . \quad (5.42)$$

Diese führt auf die implizite Gleichung

$$\tan \omega_T t'_m = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^N [a_{n+1, \tilde{m}}^x e^{-i\omega_T t'_m} a_{n, \tilde{m}}^y] A_m \frac{(t'_m)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^N [a_{n+1, \tilde{m}}^y e^{i\omega_T t'_m} a_{n, \tilde{m}}^x] A_m \frac{(t'_m)^n}{n!}}, \quad (5.43)$$

die mit $t'_m = t_m - \tau$ als Bestimmungsgleichung für den unbekannten Zeitpunkt τ aufgefaßt werden kann, weil t_m aus der Lage des Maximums des Filterausgangs- $g_0(t)$ bekannt ist.

Die Auswertung der transzendenten Gleichung (5.43) zusammen mit Gl. (5.26) ist nur numerisch möglich. Dabei werden für τ nacheinander unterschiedliche Zeitpunkte angenommen und nach Gl. (5.26) Entwicklungskoeffizienten A_m so berechnet, als sei der jeweils angenommene Zeitpunkt τ korrekt. Jedoch nur für den richtigen Wert von τ und die zugehörigen A_m ist Gl. (5.43) erfüllt.

5.3 Meßergebnisse

Eine Erprobung des in Abschnitt 5.2 beschriebenen Verfahrens mit Streudaten, die für verschiedene Objekte nach Gl. (5.15) im Frequenzbereich von 2 bis 12 GHz berechnet wurden, ergab sehr zufriedenstellende Ergebnisse [49], obwohl bei der Auswertung in Gl. (5.43) nur Glieder bis zur zweiten Ordnung berücksichtigt wurden. Die Entwicklungskoeffizienten A_0 , A_1 und A_2 wurden mit einem Fehler von weniger als 1% ermittelt. Der Zeitpunkt $t = \tau$ konnte mit einer Genauigkeit von besser als $1 \cdot 10^{-12}$ s bestimmt werden. Dies entspricht einem Entfernungsmeßfehler von weniger als 0,15 mm. Als Gewichtsfunktion $W(j\omega)$ wurde dabei ein Hamming-Fenster [60] verwendet, als Trägerfrequenz ω_T die Bandmittenfrequenz ω_0 gewählt.

Die Verarbeitung von Streudaten, die an bekannten Objekten gemessen wurden, führte nicht auf so gute Ergebnisse wie bei den berechneten. Da sowohl für die Meßdatenverarbeitung zur Elimination der systematischen Meßfehler als auch die Anwendung der Orthogonalfilterung zur Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten A_m nur ein Tischrechner HP 9825S zur Verfügung stand, so daß die Auswertung sehr zeitaufwendig war, wurden Messungen nur an wenigen Streuobjekten durchgeführt. Untersucht wurden metallische Zylinder vom Durchmesser $2R = 30$ cm und $r = 10$ cm in bistatischer Anordnung (Winkel $\varnothing = 60^\circ$) mit linearer

Polarisation der einfallenden Welle senkrecht (1) und parallel (2) zur Zylinderachse. An dem Rotationsellipsoid von Bild 5.4 wurden monostatische und bistatische Messungen ebenfalls bei linearer Polarisation mit dem $\vec{E}$ -Vektor in der von Einfalls- und Streurichtung gebildeten Ebene (1) und senkrecht dazu (2) vorgenommen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt.

Aus der exakten Lösung der Streuung am Zylinder läßt sich über eine asymptotische $1/\omega$ -Entwicklung

$$\left(\frac{A_1}{A_0}\right) = -\frac{c}{R \cos \frac{\phi}{2}} \left(\frac{3}{16} \pm \frac{1}{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} \right) \quad (5.44)$$

bestimmen [61], wobei das Plus- und Minuszeichen für die Polarisation (1) bzw. (2) gilt. Die aus Gl. (5.44) sich ergebenden Werte sind in der vorletzten Spalte in Tabelle 5.1 eingetragen. Für die Polarisation (1) erhält man recht gute Übereinstimmung mit den Meßwerten. Umgekehrt führt eine Bestimmung der Zylinderdurchmesser aus den Meßwerten über

$$2R = -2 \left(\frac{A_0}{A_1}\right) \frac{c}{\cos \frac{\phi}{2}} \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} \right) \quad (5.45)$$

auf $2R = 30$ cm und $2R = 9,6$ cm, was in sehr guter Übereinstimmung mit den tatsächlichen Durchmessern ist.

Eine Erklärung, weshalb die Polarisation (2) nicht so gute Ergebnisse liefert, kann hier nur anschaulich gegeben werden. Bei der exakten Lösung, die zu Gl. (5.44) führt, wird als einfallende Welle eine ebene homogene vorausgesetzt. Da die Sendeantenne nur etwa 1 m vom Streuobjekt entfernt war, ist diese Voraussetzung bei der Messung nicht erfüllt. Da das allgemeine Streuproblem indessen nur für eine einfallende ebene Welle gelöst ist, kann man der Abweichung in erster Näherung dadurch Rechnung tragen, daß man die tatsächlichen Krümmungen des Streuobjekts durch sog. "effektive Krümmungen" ersetzt. Dies führt im Fall des Zylinders zu einem zweidimensional gekrümmten Objekt, hier zu einem zur Zylinderachse symmetrischen Rotationsellipsoid, und Gl. (5.44) wird durch die Gleichung

$$\left(\frac{A_1}{A_0}\right) = \frac{c}{2 \cos \frac{\phi}{2}} \left[M \pm \left(\frac{1}{R_1 \cos^2 \frac{\phi}{2}} - \frac{1}{R_2} \right) \right] \quad (5.46)$$

Streukörper	lineare Polarisation	durch Messung					theoretisches Verhältnis (A_1/A_0)/ 10^{10} s^{-1}	
		ermittelte $A_0/10^{-2}$	ermittelte Entwicklungskoeffizienten $A_1/10^8 \text{ s}^{-1}$	$A_2/10^{18} \text{ s}^{-2}$	Maximumver- schiebung $t_m/10^{-12} \text{ s}$	ermitteltes Verhältnis $A_1/A_0 \cdot 10^{-1}$	bei einfallender ebener Welle	bei gekrümmtem Antennenfeld
Zylinder $2R = 30 \text{ cm}$ $\phi = 60^\circ$	(1)	-37,23	7,36	0,01	-5,87	-0,197	-0,197	-0,219
	(2)	-37,15	1,19	2,16	-5,76	-0,032	0,110	-0,011
Zylinder $2R = 10 \text{ cm}$ $\phi = 60^\circ$	(1)	-21,30	13,30	-15,37	-5,58	-0,624	-0,592	-0,756
	(2)	-22,23	-1,27	-0,94	-5,08	0,057	0,332	0,064
Ellipsoid $\phi = 0^\circ$	(1)	-3,32	2,74	-4,27	-7,68	-0,825	-0,750	-0,750
	(2)	-3,80	-1,07	4,16	-7,66	0,282	0,435	0,348
Ellipsoid $\phi = 60^\circ$	(1)	-2,70	1,94	-1,84	-6,95	-0,720	-1,150	-1,150
	(2)	-3,54	-1,42	3,97	-6,95	0,401	0,790	0,690

Tabelle 5.1: Vergleich der Meßergebnisse A_1/A_0 mit Werten, die für eine einfallende ebene Welle exakt berechnet und bei denen das gekrümmte Antennenfeld näherungsweise berücksichtigt wurde

ersetzt, die sich aus Gln. (3.42) und (3.43) mit $\alpha = 0$ ergibt. Der Hauptkrümmungsradius R_1 und der Geometrieparameter M lassen sich durch den Zylinderradius R ausdrücken, nämlich $R_1 = 1/M = -R$. Der Wert des effektiven Hauptkrümmungsradius R_2 wird so angenommen, daß er die Krümmung des Antennenfeldes weitgehend ausgleicht. Für $R_{2,\text{eff}} = -0.35 \text{ m}$ erhält man für die beiden Zylinder die in der letzten Spalte in Tabelle 5.1 angegebenen Zahlenwerte für A_1/A_0 und damit eine weit bessere Übereinstimmung mit den Meßwerten bei der Polarisierung (2). Bei der Polarisierung (1) ändern sich die berechneten Werte nicht so stark, weil das Verhältnis A_1/A_0 hauptsächlich durch die ersten beiden Terme in der eckigen Klammer von Gl. (5.46) bestimmt wird, während bei der Polarisierung (2) sich diese beiden Terme teilweise aufheben, so daß der Einfluß von R_2 entscheidend wird.

Auch die Messungen am Ellipsoid zeigen den Einfluß der Krümmung des Antennenfeldes. Dieser muß wiederum zumindest bei dem Wert des einen Hauptkrümmungsradius berücksichtigt werden. Entsprechend der Anordnung in Bild 5.4 sind die Geometrieparameter des Ellipsoids $R_1 = -0.02 \text{ m}$, $R_2 = -0.095 \text{ m}$ und $M = 1/R_2 = -10.53 \text{ m}^{-1}$. Mit diesen Werten erhält man aus Gl. (5.46) das Verhältnis A_1/A_0 bei einfallender ebener Welle (vorletzte Spalte in Tabelle 5.1). Da der Einfluß des gekrümmten Antennenfeldes sich hauptsächlich auf den großen Hauptkrümmungsradius R_2 auswirkt, wird nur dieser durch einen effektiven Wert $R_{2,\text{eff}}$ ersetzt. Nimmt man für die Krümmung des Antennenfeldes bei gleichem Objektstand denselben Wert wie bei den Zylindern ($R_A = -0.35 \text{ m}$), dann ergibt sich $R_{2,\text{eff}}$ aus

$$\frac{1}{R_{2,\text{eff}}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_A} \quad (5.47)$$

zu -0.075 m . Damit erhält man die Zahlenwerte in der letzten Spalte von Tabelle 5.1, die bei der Polarisierung unverändert sind und bei der Polarisierung (2) besser mit den Meßwerten übereinstimmen.

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Ausgehend von einer Matrixdarstellung des Streuvorgangs wurden zunächst die aus der Literatur bekannten monostatischen Modelle für das inverse Streuproblem, nämlich die physikalische Optik für metallische Objekte und die Bornsche Näherung für dielektrische Objekte, auf den bistatischen Fall erweitert.

Die Bornsche Näherung ergab nur dann brauchbare Ergebnisse, wenn die Dielektrizitätszahl $\epsilon_D(\vec{r})$ des Streuobjekts sich nur wenig von der Dielektrizitätszahl ϵ der Umgebung unterscheidet. Berücksichtigt man die Rückwirkung der nach der Bornschen Näherung approximierten Stromdichte $\vec{J}^{BN}(\vec{r})$ auf sich selbst, was durch Abspaltung der Singularität des Greenschen Tensors in der Volumenintegralgleichung gelang, so erhält man ein verbessertes Modell, das als modifizierte Bornsche Näherung bezeichnet wurde.

Für metallische Objekte erwies sich die PO-Approximation als nicht genau genug. Aus diesem Grund wurde die Streuung an ideal leitenden Objekten feldtheoretisch genauer untersucht und daraus ein verbessertes vektorielles Modell entwickelt, mit dem auch die Polarisierung näherungsweise beschrieben werden kann.

Die Diskussion der verbesserten Modelle erlaubte die Formulierung eines verallgemeinerten Konzepts der Rampenantwort, das von Kennaugh und Moffatt bei Metallobjekten im monostatischen Fall eingeführt wurde. Ausgehend von diesem Konzept wurde ein Verfahren zur Rekonstruktion der Form metallischer und homogener dielektrischer Objekte aus multistatischen Streudaten angegeben und seine Brauchbarkeit am Beispiel der Kugel mit feldtheoretisch exakt berechneten Streudaten überprüft. Exakte Streudaten von anders geformten Objekten wären zur Beurteilung des verallgemeinerten Konzepts der Rampenantwort und des Rekonstruktionsverfahrens wünschenswert gewesen. Wegen des sehr hohen numerischen Aufwands war dies indessen im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht zu realisieren. Weiterhin wurden für ortsfeste Antennen Verfahren zur Rekonstruktion von glatten Oberflächen und zur Bestimmung der Hauptkrümmungsradien und -richtungen metallischer Objekte diskutiert.

Die Untersuchung der Grenzen der PO-Approximation wurde durch das verbesserte Modell für Metallobjekte ermöglicht. Der Korrekturstrom zur PO dürfte auch für Probleme, die nicht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem inversen Streuproblem stehen, z.B. bei der Berechnung der Strahlungscharakteristiken von Spiegelantennen oder es Radarquerschnitts von großen Objekten von Interesse sein, da hiermit auch Depolarisationseffekte näherungsweise beschrieben werden können.

Bei der meßtechnischen Ermittlung der Streuamplituden ergab sich das Problem, daß systematische Meßfehler, wie z.B. Antennenübersprechen, Antennen- und Verstärkerdispersion und störende Reflexionen aus der Umgebung, das Meßergebnis verfälschen können. Daher wurde ein Breitband-Meßsystem entwickelt, mit dessen Hilfe diese Fehler eliminiert werden können. Es kann über die genannte Anwendung hinaus zur Messung zur Antennen in reflektierender Umgebung, zur synthetischen Impulsreflektometrie und zur automatischen Netzwerkanalyse eingesetzt werden.

Ein anderes praktisches Problem ist die Ermittlung von Geometrieparametern aus bandbegrenzten Streudaten. Es konnte theoretisch mit Hilfe eines sog. Orthogonalfilters und eines sehr präzisen Entfernungsmessers gelöst werden. Schließlich zeigte sich im Experiment, daß die den Modellen zugrunde liegende Voraussetzung einer einfallenden ebenen homogenen Welle, bei relativ kleinem Abstand Antenne / Objekt mit unseren Mitteln nicht zu erfüllen war. Ein einfacher, aber sehr teurer Lösungsweg wäre der Einsatz einer sog. "Compact-Range-Antenne", die schon in kurzen Entfernungen von ihr ein ebenes Wellenfeld erzeugt. Hier wurde versucht, der Abweichung von den ebenen Phasenflächen der einfallenden Welle durch eine "scheinbare" Krümmung des Objekts Rechnung zu tragen. Der elegantere Weg wäre sicher die Entwicklung von komplizierten, den Feldverlauf der einfallenden Welle berücksichtigenden Modellen.

7. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Boerner, W.-M.: Polarization Utilization in Electromagnetic Inverse Scattering: Microwave Imaging, Radar Target Mapping, Radon Shape Reconstruction and Remote Sensing. State of the Art Review; Communications Lab., Rep. Information Eng., Univ. Illinois at Chicago Circle, Chicago, Rep. 78-3, (1978)
- [2] Boerner, W.-M. (Guest Editor): Special Issue on Inverse Methods in Electromagnetics. IEE Trans. AP 29 (1981), No. 2
- [3] Krestel, E.: Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik: Grundlagen, Technik, Bildgeräte. Siemens AG, Berlin (1980)
- [4] Bojarski, N.N.: A Survey of the Near-Field Far-Field Inverse Scattering Inverse Source Integral Equation. IEEE Trans. AP 30 (1982), 975-979
- [5] Bojarski, N.N.: Inverse Scattering. Naval Air Syst. Command Contract, N00019-73-C-0312 Rep., Feb. 1974
- [6] Bojarski, N.N.: Exact Inverse Scattering Theory. Radio Science 16 (1981), 1025-1028
- [7] Stone, W.R.: The Inverse Medium (or Inhomogeneous Medium Remote Probing) Problem and a Closed-Form Inverse Scattering Solution to the Medium Synthesis Problem. Radio Science 16 (1981), 1029-1035
- [8] Stone, W.R.: A Summary of Research on the Exact Inverse Scattering Theory. IRT Corporation Report, La Jolla, California (1981)
- [9] Devaney, A.J., Sherman, G.G.: Nonuniqueness in Inverse Source and Scattering Problems. IEEE Trans. AP 30 (1982), 1034
- [10] Fischer, M., Langenberg, K.J.: Limitations and Defects of Exact Inverse Scattering. Electromagnetics (zur Veröffentlichung eingereicht)

- [11] Moffatt, D.L., Kennaugh, E.M.: The Axial Echo Area of a Perfectly Conducting Prolate Spheroid. IEEE Trans. AP 13 (1965), 401-409
- [12] Mittra, R.: Computer Techniques for Electromagnetics. Pergamon Press, New York (1973)
- [13] Crispin, J.W., Siegel, K.M.: Methods of Radar Cross-Section Analysis. Academic Press Inc., New York (1968)
- [14] Bojarski, N.N.: 3-D Electromagnetic Short-Pulse Inverse Scattering. Syracuse Univ. Res. Corp., Special Projects Lab., Rep. SURC SPL 67-3 (1967)
- [15] Lewis, R.M.: Physical Optics Inverse Diffraction. IEEE Trans. AP 17 (1969), 308-314
- [16] Kennaugh, E.M., Moffatt, D.L.: Transient and Impulse Response Approximation. Proc. IEEE 53 (1965), 893-901
- [17] Bojarski, N.N.: A Survey of the Physical Optics Inverse Scattering Identification. IEEE Trans. AP 30 (1982), 980-989
- [18] Young, J.D.: Radar Imaging from Ramp Response Signatures. IEEE Trans. AP 24 (1976), 276-282
- [19] Rosenbaum-Raz, S.: On Scatterer Reconstruction from Far-Field Data. IEEE Trans. AP 24 (1976), 66-70
- [20] Detlefsen, J.: Abbildung mit Mikrowellen. VDI-Verlag, Düsseldorf (1979)
- [21] Meckelburg, H.-J.: Rekonstruktion der Form von Oberflächen aus der Impulsübertragung über ortsfeste Antennen. Kleinheubacher Berichte 24 (1981), 141-150
- [22] Chaloupka, H., Meckelburg, H.-J.: Neue Überlegungen zur Brauchbarkeit der physikalischen Optik für die näherungsweise Berechnung der bistatischen Streuung. Kleinheubacher Berichte 25 (1982), 307-317

- [23] Perry, W.L.: On the Bojarski-Lewis Inverse Scattering Method. IEEE Trans. AP 22 (1974), 826-829
- [24] Boerner, W.-M., Ho, C.-M.: Analysis of Physical Optics Far Field Inverse Scattering for the Limited Data Case Using Radon Theory and Polarization Information. Wave Motion 3 (1981), 311-333
- [25] Mager, R.D., Bleistein, N.: An Examination of the Limited Aperture Problem of Physical Optics Inverse Scattering. IEEE Trans. AP 26 (1978), 695-699
- [26] Kennaugh, E.M., Cosgriff, R.L.: The Use of Impulse Response in Electromagnetic Scattering Problems. IRE Nat. Convention Record, Part I (1958), 72-77
- [27] Poggio, A.J., Miller, E.K.: Integral Equation Solutions of Three-Dimensional Scattering Problems. In: Mittra, R.: Computer Techniques for Electromagnetics. Pergamon Press, New York (1973)
- [28] Green, C.D.: Integral Equation Methods. Nelson, London (1969), 178
- [29] Chen, K.M.: A Simple Physical Picture of Tensor Green's Function in Source Region. Proc. IEEE 65 (1977), 1202-1204
- [30] Chaloupka, H.: Effects of Mutual Coupling between Different Points of a Scatterer on Imaging. Proceedings of the Germany-United States-Workshop on Nondestructive Testing. Saarbrücken (1982)
- [31] Bolz, K.: Vergleich verschiedener Mikrowellenabbildungsverfahren. Diplomarbeit, Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik, Ruhr-Universität Bochum (1982)
- [32] Radon, J.: Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integrale längs gewisser Mannigfaltigkeiten. Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften, Math. Phys. Klasse 69, Leipzig (1917), 262-271
- [33] Das, Y., Boerner, W.-M.: On Radar Target Shape Estimation Using Algorithms for Reconstruction from Projections. IEEE Trans. AP 26 (1978), 274-279

- [34] Harrington, R.F.: Time Harmonic Electromagnetic Fields. McGraw Hill, New York (1961)
- [35] Bolz, K.: Berechnung des Streufeldes an dielektrischen und metallischen Kugeln. Studienarbeit, Institut für Hoch- und Höchsthfrequenztechnik, Ruhr-Universität Bochum (1980)
- [36] Erdélyi, A.: Asymptotic Expansions. Dover Inc., New York (1956), 46-48
- [37] Kouyoumjian, R.G.: Asymptotic High-Frequency Methods. Proc. IEEE 53 (1965), 864-876
- [38] James, G.L.: Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. IEE Electromagnetic Waves Series 1, London (1976)
- [39] Kline, M., Kay, I.W.: Electromagnetic Theory and Geometrical Optics. Interscience, New York (1965)
- [40] Lee, S.-W.: Electromagnetic Reflection from a Conducting Surface: Geometric Optics Solution. IEEE Trans. AP 23 (1975), 184-191
- [41] Schrott, A.: Berechnung der Strahlungscharakteristik von Antennen auf komplizierten Körpern im Hochfrequenzfall - Prinzip der geometrischen Beugungstheorie. DFVLR-Forschungsbericht, Oberpfaffenhofen (1978)
- [42] Lee, S.-W.: Uniform Asymptotic Theory of Electromagnetic Edge Diffraction. In: Uslenghi, P.L.E.: Electromagnetic Scattering. Academic Press, New York (1978)
- [43] Lee, S.-W.: Differential Geometry for GTD Applications. Mathematics Notes, Note 53, University of Illinois, Urbana (1977)
- [44] Deschamps, G.A.: Ray Techniques in Electromagnetics. Proc. IEEE 60 (1972), 1022-1035
- [45] Bennett, C.L., Auckenthaler, A.M., Smith, R.S., DeLorenzo, J.D.: Space-Time Integral Equation Approach to the Large Body Scattering Problem. Rpt. No. SCRGR-Gr-73-1, Sperry Rand Res. Centre, Sudberry, Ma. (1973)

- [46] Chandhuri, S.J.: A Time Domain Synthesis of Electromagnetic Back-scattering by Conducting Ellipsoids. IEEE Trans. AP 28 (1980), 523-530
- [47] Heath, G.E.: Bistatic Scattering Reflection Asymmetry, Polarisation Reversal Asymmetry, and Polarization Reversal Reflection Symmetry. IEEE Trans. AP 29 (1981), 429-434
- [48] Bickel, S.H.: Some Invariant Properties of the Polarization Scattering Matrix. Proc. IEEE 53 (1965), 1070-1072
- [49] Ansorge, H.: Analyse der Streuung komplizierter Objekte unter Verwendung unterschiedlicher Darstellungen der Streumatrix im Zeit- und Frequenzbereich. Diplomarbeit, Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik, Ruhr-Universität Bochum (1982)
- [50] Besk, J.M.: Reflectivity Measurements, in: Hollis, J.S. u.a.: Microwave Antenna Measurements. Georgia (1970)
- [51] Chaloupka, H., Galka, M., Schlendermann, A.: Determination of Antenna Radiation Pattern from Frequency Domain Measurement in Reflecting Environment. Electronics Letters 15 (1979), 512-513
- [52] Steinhelfer, Sr., H.E.: Time Domain Analysis Stops Design Guesswork. Microwaves 20 (1981), Sept., 79-83
- [53] Dubost, G., Zisler, S.: Breitband-Antennen. Oldenburg-Verlag, München (1979)
- [54] Heidelberg, A.: Entwicklung eines rechnergesteuerten Breitband-Meßsystems für Streufeldmessungen im Frequenz- und Zeitbereich. Diplomarbeit, Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik, Ruhr-Universität Bochum (1981)
- [55] Rice, S.O.: Envelopes of Narrow-Band Signals. Proc. IEEE 70 (1982), 692-699
- [56] Meckelburg, H.-J.: Ein rechnergesteuertes Breitbandsystem zur Messung von Streufeldern und Ortung von Streuzentren. Kleinheubacher Berichte 26 (1983), 73-81

- [57] Young, J.D.: Radar Imaging from Ramp Response Signatures. IEEE Trans. AP (1976), 276-282
- [58] Harris, F.J.: In the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform. Proc. IEEE 66 (1978), 51-83
- [59] Dettman, J.W.: Mathematical Methods in Physics and Engineering. McGraw-Hill New York (1969)
- [60] Papoulis, A.: Signal Analysis. McGraw-Hill, New York (1977), 325-326
- [61] Flügge, S.: Handbuch der Physik. Band XXV/1, Springer Verlag, Berlin (1961)

8. ANHANG

8.1 Berechnung der Matrix $\mathbf{R}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \mathbf{R}^{\text{PO}*}(-\vec{p})$ (Abschnitt 2.1.2)

Mit den Gln. (2.6a-d) und (2.8a-d) folgt aus der Summation von

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \mathbf{R}^{\text{PO}*}(-\vec{p}) &= \begin{pmatrix} \rho_{11}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \rho_{11}^{\text{PO}*}(-\vec{p}) & \rho_{12}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \rho_{12}^{\text{PO}*}(-\vec{p}) \\ \rho_{21}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \rho_{21}^{\text{PO}*}(-\vec{p}) & \rho_{22}^{\text{PO}}(\vec{p}) + \rho_{22}^{\text{PO}*}(-\vec{p}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{-j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_s \cdot \vec{I}(\vec{p}) & \frac{j}{\sqrt{\pi} k} (\vec{k}_s \times \vec{k}_1) \cdot \vec{I}(\vec{p}) \\ 0 & \frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_1 \cdot \vec{I}(\vec{p}) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (8.1.1)$$

wobei

$$\vec{I}(\vec{p}) = \oint_S \vec{n}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') \quad (8.1.2)$$

das Integral über die geschlossene Oberfläche S des Streuobjekts bedeutet. Die drei von Null verschiedenen Matrixelemente in Gl. (8.1.1) unterscheiden sich lediglich durch die konstanten vektoriellen Faktoren vor $\vec{I}(\vec{p})$. Mit Hilfe des Gaußschen Satzes läßt sich das Flächenintegral in ein Volumenintegral über das von S umschlossene Volumen V_S umformen:

$$\vec{a}_{ij} \cdot \oint_S \vec{n}(\vec{r}') e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dS(\vec{r}') = -j\vec{p} \cdot \vec{a}_{ij} \iiint_{V_S} e^{-j\vec{p} \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}'), \quad (8.1.3)$$

Die Skalarprodukte vor dem Volumenintegral ergeben sich durch Vergleich mit Gl. (8.1.1) und können unter Berücksichtigung von Gl. (2.7) in

$$-j\vec{p} \cdot \vec{a}_{11} = -j(\vec{k}_1 - \vec{k}_s) \cdot \left(-\frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_s \right) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}}, \quad (8.1.4a)$$

$$-j\vec{p} \cdot \vec{a}_{22} = -j(\vec{k}_1 - \vec{k}_s) \cdot \left(\frac{j}{\sqrt{\pi}} \vec{k}_1 \right) = \frac{p^2}{2\sqrt{\pi}} \quad (8.1.4b)$$

und

$$-j\vec{p} \cdot \vec{a}_{12} = -j(\vec{k}_1 - \vec{k}_s) \cdot \frac{j}{\sqrt{\pi} k} (\vec{k}_s \times \vec{k}_1) = 0 \quad (8.1.4c)$$

umgerechnet werden. Setzt man diese Ergebnisse in Gl. (8.1.1) ein und berücksichtigt die Definition für die charakteristische Funktion $\gamma(\vec{r})$ entsprechend Gl. (2.10), so folgt als Ergebnis Gl. (2.9).

8.2 Berechnung der Streumatrizen $\mathbf{R}^{\text{BN}}(\vec{p})$ und $\mathbf{R}^{\text{mBN}}(\vec{p})$ (Abschnitt 2.2.1)

Das Streufernfeld $\vec{E}_s$ lässt sich aus dem elektrischen Vektorpotential $\vec{A}_s(\vec{r})$ über

$$\vec{E}_s = \frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{A}_s(\vec{r})] = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \vec{k}_s \times [\vec{k}_s \times \vec{A}_s(\vec{r})] \quad (8.2.1)$$

berechnen, wobei sich im Fernfeld $\vec{A}_s(\vec{r})$ näherungsweise über

$$\vec{A}_s(\vec{r}) = \frac{e^{-jk_r}}{2\sqrt{\pi} r} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \iiint_{-\infty}^{\infty} \vec{J}(\vec{r}') e^{j\vec{k}_s \cdot \vec{r}'} dV(\vec{r}') \quad (8.2.2)$$

aus der Stromdichte $\vec{J}(\vec{r}')$ ermitteln lässt. Setzt man dafür die der Bornschen Näherung nach Gl. (2.32) oder die der modifizierten Bornschen Näherung Gl. (2.33) in Gl. (8.2.2) ein, so erhält man die entsprechenden Näherungen für das gestreute Fernfeld. Mit der Streumatrix nach Gl. (2.3) und den Polarisierungen nach Bild 3.2 resultieren nach einigen vektoralgebraischen Umformungen die in Gln. (2.33a-c) gegebenen Streuamplituden $\rho_{ij}^{\text{BN}}(\vec{p})$, ($i, j = 1, 2$) aus der Bornschen Näherung und $\rho_{ij}^{\text{mBN}}(\vec{p})$, ($i, j = 1, 2$) der modifizierten Bornschen Näherung in Gln. (2.36a-c).

8.3 Berechnung der Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r$ (Abschnitt 3.3)

Setzt man für die Ermittlung der Krümmungsmatrix $\mathbf{Q}^r$ der Phasenfläche der reflektierten Welle eine einfallende ebene homogene Welle voraus, also $\mathbf{Q}^i = 0$, so folgt aus Gl. (3.11)

$$\mathbf{Q}^r = (p_{33}^i - p_{33}^r) \left[(\mathbf{P}^r)^T \right]^{-1} \mathbf{Q}(\mathbf{P}^r)^{-1} \quad (8.3.1)$$

Wählt man die Lage von $\vec{u}_1^{i,r}$ und $\vec{u}_2^{i,r}$ parallel bzw. senkrecht zur Einfallsebene (s. Bild 3.2), dann erhält man für die Projektionsmatrix in Gl. (3.12)

$$\mathbf{P}^r = \begin{pmatrix} \cos\theta \cos\alpha & \cos\theta \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad (8.3.2)$$

und für

$$p_{33}^r = -p_{33}^i = \cos\theta \quad (8.3.3)$$

Damit ergibt sich nach einigen algebraischen Umformungen

$$\mathbf{Q}^r = \begin{pmatrix} q_{11}^r & q_{12}^r \\ q_{12}^r & q_{22}^r \end{pmatrix}, \quad (8.3.4)$$

mit

$$q_{11}^r = -\frac{2}{\cos\theta} \left(\frac{\cos^2\alpha}{R_1} + \frac{\sin^2\alpha}{R_2} \right), \quad (8.3.5a)$$

$$q_{22}^r = -2 \cos\theta \left(\frac{\sin^2\alpha}{R_1} + \frac{\cos^2\alpha}{R_2} \right), \quad (8.3.5b)$$

$$q_{12}^r = 2 \cos\alpha \sin\alpha \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (8.3.5c)$$

Mit Hilfe der unitären Transformation

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \quad (8.3.6)$$

läßt sich die Matrix (8.3.4) über

$$\tilde{\mathbf{Q}}^r = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Q}^r \mathbf{T} = \begin{pmatrix} (R_1^r)^{-1} & 0 \\ 0 & (R_2^r)^{-1} \end{pmatrix} \quad (8.3.7)$$

diagonalisieren, und die zugehörigen Eigenvektoren zeigen in die Richtungen

$$\vec{u}_1^r = \cos\psi \vec{u}_1^r - \sin\psi \vec{u}_2^r, \quad (8.3.8a)$$

$$\vec{u}_2^r = \sin\psi \vec{u}_1^r + \cos\psi \vec{u}_2^r. \quad (8.3.8b)$$

Dies sind die Hauptkrümmungsrichtungen der Phasenfläche des reflektierten Strahlenbündels im Reflexionspunkt.

Eine charakteristische Größe der Krümmungsmatrix stellt die sogenannte mittlere Krümmung der Phasenfläche des reflektierten Strahlenbündels

$$K_M^r = \frac{1}{2} \text{spur } \mathbf{Q}^r = \frac{1}{2} (q_{11}^r + q_{22}^r) = \frac{-1}{\cos\theta} \left[\frac{\cos^2\theta \sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{R_1} + \frac{\cos^2\theta \cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{R_1} \right] \quad (8.3.9)$$

dar, die invariant gegenüber einer Drehung der Einheitsvektoren $\vec{u}_1^r$ und $\vec{u}_2^r$ ist.

8.4 Berechnung der partiellen Ableitungen von $\vec{e}_0^r$ (Abschnitt 3.4)

Zur Bestimmung der partiellen Ableitungen $\partial \vec{e}_{0,m}^r / \partial x_n^r$, ($m, n = 1, 2$) wird von den Komponenten $\tilde{e}_{0,m}^{i,r}$ der Amplitudenvektoren entsprechend Gl. (3.2.6) und den zugehörigen Projektionen entsprechend Gl. (3.13) ausgegangen, weil die Rechnung in dem durch die Einheitsvektoren $\tilde{u}_1^{i,r}, \tilde{u}_2^{i,r}$ gekennzeichneten Koordinatensystem wesentlich einfacher ist. Da die Phasenflächen der einfallenden Welle Ebenen sind, können $\tilde{u}_1^i$ und $\tilde{u}_2^i$ so gewählt werden, daß $\tilde{p}_{mn}^i = \tilde{p}_{mn}^r$, ($m, n = 1, 2$) gilt. Dies führt zu einer weiteren Vereinfachung der Rechnung, da nach Gl. (3.18) für

$$\tilde{e}_{0,1}^r = - \tilde{e}_{0,1}^i \quad (8.4.1a)$$

und

$$\tilde{e}_{0,2}^r = - \tilde{e}_{0,2}^i \quad (8.4.1b)$$

folgen.

Mit diesen Vereinfachungen läßt sich das Gleichungssystem (3.19) in Matrixform schreiben:

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{11}^r & \tilde{p}_{21}^r \tilde{p}_{21}^r & \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{21}^r & \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{21}^r \\ \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{12}^r & \tilde{p}_{21}^r \tilde{p}_{22}^r & \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{22}^r & \tilde{p}_{12}^r \tilde{p}_{21}^r \\ \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{12}^r & \tilde{p}_{21}^r \tilde{p}_{22}^r & \tilde{p}_{12}^r \tilde{p}_{21}^r & \tilde{p}_{11}^r \tilde{p}_{22}^r \\ \tilde{p}_{12}^r \tilde{p}_{12}^r & \tilde{p}_{22}^r \tilde{p}_{22}^r & \tilde{p}_{12}^r \tilde{p}_{22}^r & \tilde{p}_{12}^r \tilde{p}_{22}^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial x_1^r} \\ \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial x_2^r} \\ \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial x_2^r} \\ \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial x_1^r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}^r + a_{11}^i \\ a_{12}^r + a_{12}^i \\ a_{21}^r + a_{21}^i \\ a_{22}^r + a_{22}^i \end{pmatrix}, \quad (8.4.2)$$

mit

$$a_{nq}^{i,r} = \sum_{m=1}^2 [(-\delta_{nq} K_n \tilde{p}_{m3}^{i,r} + K_m^i \tilde{p}_{mq}^{i,r} \tilde{p}_{3n}^{i,r} + K_M^i \tilde{p}_{3q}^{i,r} \tilde{p}_{mn}^{i,r}) \tilde{e}_{0,m}^i], \quad n, q = 1, 2. \quad (8.4.3)$$

Zur Lösung von Gl. (8.4.2) wird die 4x4-Matrix nicht invertiert, was sehr unübersichtlich würde. Sie wird vielmehr in ein Gleichungssystem mit 2x2-Submatrizen umgeformt, und die vierdimensionalen Spaltenvektoren werden in solche mit zweidimensionalen Subvektoren umgeschrieben. Man erhält

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b}_1 \\ \vec{b}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{pmatrix}, \quad (8.4.4)$$

mit den Subvektoren

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} \\ \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} \\ \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} \end{pmatrix} \quad (8.4.5)$$

und

$$\vec{a}_n = \begin{pmatrix} a_{n1}^r + a_{n1}^i \\ a_{n2}^r + a_{n2}^i \end{pmatrix}, \quad n = 1, 2. \quad (8.4.6)$$

Die gesuchten Subvektoren ergeben sich aus der Lösung von Gl. (8.4.4)

$$\vec{b}_1 = (\mathbf{A}_{12}^{-1} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{22}^{-1} \mathbf{A}_{21})^{-1} (\mathbf{A}_{12}^{-1} \vec{a}_1 - \mathbf{A}_{22}^{-1} \vec{a}_2), \quad (8.4.7a)$$

$$\vec{b}_2 = (\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} - \mathbf{A}_{21}^{-1} \mathbf{A}_{22})^{-1} (\mathbf{A}_{11}^{-1} \vec{a}_1 - \mathbf{A}_{21}^{-1} \vec{a}_2), \quad (8.4.7b)$$

und nach algebraischer Auswertung folgt für die partiellen Ableitungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} &= \tilde{e}_{0,1}^i \left[\frac{2\tilde{p}_{13}^r}{\cos^2 \Theta} \left((\tilde{p}_{22}^r)^2 K_1 + (\tilde{p}_{21}^r)^2 K_2 \right) + \tan \Theta \cos \psi \left(K_1^r + K_M^r \right) \right] \\ &+ \tilde{e}_{0,2}^i \left[\frac{2\tilde{p}_{23}^r}{\cos^2 \Theta} \left((\tilde{p}_{22}^r)^2 K_1 + (\tilde{p}_{21}^r)^2 K_2 \right) \right] \end{aligned} \quad (8.4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} &= \tilde{e}_{0,1}^i \left[\frac{2\tilde{p}_{13}^r}{\cos^2 \Theta} \left((\tilde{p}_{12}^r)^2 K_1 + (\tilde{p}_{11}^r)^2 K_2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \tilde{e}_{0,2}^i \left[\frac{2\tilde{p}_{23}^r}{\cos^2 \Theta} \left((\tilde{p}_{12}^r)^2 K_1 + (\tilde{p}_{11}^r)^2 K_2 \right) + \tan \Theta \sin \psi (K_2^r + K_M^r) \right] \right], \end{aligned} \quad (8.4.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} &= \tilde{e}_{0,1}^i \tan \Theta \sin \psi K_M^r \\ &\quad + \tilde{e}_{0,2}^i \tan \Theta \cos \psi K_2^r \end{aligned} \quad (8.4.10)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} &= \tilde{e}_{0,1}^i \tan \Theta \sin \psi K_1^r \\ &\quad + \tilde{e}_{0,2}^i \tan \Theta \cos \psi K_M^r. \end{aligned} \quad (8.4.11)$$

Aus Gln. (8.4.8) und (8.4.9) gewinnt man unmittelbar die gesuchte Größe $\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r$, da diese Vektoroperation unabhängig vom speziellen Koordinatensystem ist. Unter Berücksichtigung von Gl. (8.3.9) findet man

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{e}_0^r = \begin{pmatrix} \tan \Theta \cos \psi (K_1^r - K_M^r) \\ \tan \Theta \sin \psi (K_1^r - K_M^r) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \tilde{e}_{0,1}^i \\ \tilde{e}_{0,2}^i \end{pmatrix}. \quad (8.4.12)$$

8.5 Ableitung des Amplitudenvektors $\vec{h}_1^r$ (Abschnitt 3.4)

Wenn man bei der Berechnung des Amplitudenvektors $\vec{h}_1^r$ zunächst wieder das durch Einheitsvektoren $\vec{u}_1^{i,r}$, $\vec{u}_2^{i,r}$ gekennzeichnete Koordinatensystem zugrunde legt, dann läßt sich mit Gln. (3.28) und (3.26)

$$\begin{aligned} \vec{h}_1^r &= Z^{-1} \left[\left[-\tilde{e}_{1,2}^r + \frac{1}{2} (K_1^r - K_2^r) \tilde{e}_{0,2}^r \right] \vec{u}_1^r \right. \\ &\quad \left. + \left[\tilde{e}_{1,1}^r + \frac{1}{2} (K_1^r - K_2^r) \tilde{e}_{0,1}^r \right] \vec{u}_2^r \right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} - \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} \right] \vec{u}_3^r \right] \end{aligned} \quad (8.5.1)$$

angeben [54]. Eine Rücktransformation auf die parallel und senkrecht zur Einfallsebene liegenden Koordinaten mit Hilfe der unitären Transformation T entsprechend Gln. (3.26) und (8.3.6) führt auf

$$\begin{aligned} \vec{h}_1^r = Z^{-1} & \left[\begin{aligned} & [-e_{1,2}^r - q_{12}^r e_{0,1}^r + \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) e_{0,2}^r] \vec{u}_1^r \\ & + [e_{1,1}^r + \frac{1}{2} (q_{11}^r - q_{22}^r) e_{0,1}^r + q_{12}^r e_{0,2}^r] \vec{u}_2^r \\ & + \left[\frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} - \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} \right] \vec{u}_3^r \end{aligned} \right], \end{aligned} \quad (8.5.2)$$

wobei Gln. (3.7) und (8.3.4) berücksichtigt wurden. Die Komponenten $e_{0,m}^r$ und $e_{1,m}^r$ ($m = 1,2$) sind durch die Gln. (3.22a,b) bzw. (3.24a,b) mit Gl. (3.27) bestimmt. Die partiellen Ableitungen im letzten Term wurden in Anhang 8.4 berechnet. Ihre Differenz ist nach Gln. (8.4.11) und (8.4.10)

$$\frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} - \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} = \frac{1}{2} (K_1^r - K_2^r) \tan \Theta \begin{pmatrix} \sin \psi \\ \cos \psi \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \tilde{e}_{0,1}^i \\ \tilde{e}_{0,2}^i \end{pmatrix}. \quad (8.5.3)$$

Daraus folgt über die unitäre Transformation T entsprechend Gl. (8.3.6) mit Gln. (3.7) und (8.3.4) schließlich

$$\frac{\partial \tilde{e}_{0,2}^r}{\partial \tilde{x}_1^r} - \frac{\partial \tilde{e}_{0,1}^r}{\partial \tilde{x}_2^r} = \tan \Theta \begin{pmatrix} -q_{12}^r \\ \frac{1}{2}(q_{11}^r - q_{22}^r) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} e_{0,1}^i \\ e_{0,2}^i \end{pmatrix}, \quad (8.5.4)$$

so daß damit der in Gl. (3.30) angegebene Ausdruck für $\vec{h}_1^r$ resultiert.

8.6 Berechnung der Koeffizienten $a_{n,m}^x$ und $a_{n,m}^y$ (Abschnitt 5.2.2)

Das Filterausgangssignal $\tilde{g}_0(t')$ nach Gl. (5.34) läßt sich unter Berücksichtigung von Gl. (5.22) in der Form

$$\tilde{g}_0(t') = \mathcal{F}^{-1} \{ H_0^*(j\omega) F_W(j\omega) \} \quad (8.6.1)$$

schreiben. Für das einseitige Spektrum $\tilde{G}_0(j\omega)$ folgt dann aus Gl. (5.35)

$$\tilde{G}_0(j\omega) = H_0^*(j\omega) F_W(j\omega) \quad (8.6.2)$$

und für das Spektrum der analytischen Einhüllenden aus Gl. (5.36)

$$Z(j\omega) = H_0^*(j\omega + j\omega_T) F_W(j\omega + j\omega_T) . \quad (8.6.3)$$

Durch Einsetzen von Gln. (5.16) und (5.17) in Gl. (8.6.3) ergibt sich

$$Z(j\omega) = \sum_{m=0}^N X_m(j\omega) A_m + j \sum_{m=0}^N Y_m(j\omega) A_m , \quad (8.6.4)$$

mit

$$X_m(j\omega) = \operatorname{Re} \left\{ \frac{W(j\omega + j\omega_T)}{(j\omega + j\omega_T)^m} H_0^*(j\omega + j\omega_T) \right\} , \quad (8.6.5a)$$

$$Y_m(j\omega) = \operatorname{Im} \left\{ \frac{W(j\omega + j\omega_T)}{(j\omega + j\omega_T)^m} H_0^*(j\omega + j\omega_T) \right\} . \quad (8.6.5b)$$

Indem man $X(j\omega) = \operatorname{Re}\{Z(j\omega)\}$ und $Y(j\omega) = \operatorname{Im}\{Z(j\omega)\}$ in die Gleichungen (5.39a,b) zur Berechnung der Momente einsetzt, erhält man für die gesuchten Koeffizienten

$$a_{n,m}^x = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} X_m(j\omega) (j\omega)^n d\omega, & n = 0, 2, 4, \dots \\ j \int_{-\infty}^{\infty} Y_m(j\omega) (j\omega)^n d\omega, & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad (8.6.6a)$$

$$a_{n,m}^y = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} Y_m(j\omega) (j\omega)^n d\omega, & n = 0, 2, 4, \dots \\ -j \int_{-\infty}^{\infty} X_m(j\omega) (j\omega)^n d\omega, & n = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$$

die nach Gln. (8.6.5a,b) durch die Filterfunktion $H_0^*(j\omega + j\omega_T)$ und die Gewichtsfunktion $W(j\omega + j\omega_T)$ bestimmt sind.

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Ruhr-Universität Bochum

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Hans Severin für die Förderung und das stete Interesse am Fortgang dieser Arbeit sowie Herrn Dr. Heinz Chaloupka für zahlreiche wertvolle Diskussionen.

Herrn Prof. Dr. Siegfried Blume danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Den Herren Harald Ansorge, Karsten Bolz, Andreas Heidelberg und Bruno Plehn danke ich für ihre Mitarbeit während der Durchführung ihrer Studien- und Diplomarbeiten, bei deren Durchführung ich mitwirkte, sowie den Herren Martin Kampmann und Klaus Matkey für ihre Mitarbeit als studentische Hilfskraft.



LEBENS LAUF

Personalien

Name Hans-Jürgen Meckelburg
Geburtsdatum, Geburtsort 10.11.1950, Hilden/Rhld.

Schul Ausbildung

1957 - 1959	Volkschule Hilden
1959 - 1965	Volkschule Essen

Berufsausbildung

1965 - 1968	Lehre als Radio- und Fernsehtechniker in Gelsenkirchen
Sept. 1968	Gesellenprüfung
Okt. 1968 - Febr. 1969	Industriepraktikum

Weiterführende Schulausbildung

1969	Berufsaufbauschule Essen
1969 - 1970	Fachoberschule Essen

Studium

WS 1970/71 - SS 1973	Studium der Elektrotechnik an der Fachhochschule Düsseldorf
Juni 1973	Ing. (grad.)
WS 1973/74 - WS 1976/77	Studium der Elektrotechnik an der Technischen Universität Hannover
Jan. 1977	Diplom

Berufstätigkeit

Jan. 1977 - Dez. 1977	Industrietätigkeit als Diplom-Ingenieur im Ingenieurbüro Prof. Billib, Hannover
seit dem 2.1.1978	Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Hoch- und Höchstfrequenztechnik der Ruhr-Universität Bochum

